



## TURBINA DE FLUJO TRANSVERSAL O MICHELL -BANKI

Ariel R. Marchegiani  
Laboratorio de Maquinas Hidráulicas  
Facultad de Ingeniería  
UNIVERSIDAD NACIONAL DEL COMAHUE  
*marchegi@uncoma.edu.ar*

### RESUMEN:

*La turbina de flujo transversal es una máquina de gran importancia en pequeños aprovechamientos hidroeléctricos. Es por esto que un buen diseño proporcionará un aumento de la eficiencia que se sumará a la sencilla construcción de esta.*

*Esta unidad presenta la teoría básica y un análisis hidráulico para una turbina de flujo transversal Michell-Banki a partir de la consideración de la misma como una turbina de acción o de impulso. Además presenta algunas variantes constructivas que permiten el diseño de un sistema de regulación de esta máquina.*

### INTRODUCCION:

El inventor de la turbina de flujo transversal también conocida como turbina Banki (o Michell-Banki) fue el ingeniero Australiano A.G.M. Michell, quien obtuvo una patente para esta máquina en 1903. La turbina fue basada en la teoría de Poncelet, ingeniero francés (1788-1867) quien desarrolló la clásica rueda hidráulica de eje horizontal. No hay información adicional sobre la patente de Michell [2].

El profesor húngaro Donat Banki en la ex Alemania Occidental hizo un trabajo extensivo sobre esta máquina entre 1912 y 1918. A través de una serie de publicaciones especificó que, para obtener la máxima eficiencia, el ángulo con el cual el chorro golpea al álabe debe ser tan pequeño como sea posible. Basado en esta suposición calculó los ángulos de entrada y salida del rotor, ancho del mismo, la forma del flujo a través de éste, curvatura del álabe, etc.

Consideró todas las pérdidas posibles que ocurren en el inyector y el rotor y expresó el rendimiento máximo posible como:

$$h_{max} = 0.771 - 0.384 \frac{D}{H} \quad (1)$$

en el cual D es el diámetro de la turbina y H la altura total.

Sonnek (1923) modificó la teoría de Banki asumiendo un ángulo del álabe constante e igual a 30°, con lo que la expresión del rendimiento máximo resultó en:

$$h_{max} = 0.863 - 0.264 \frac{D}{H} \quad (2)$$

Desde esa época fueron muchas las investigaciones realizadas sobre esta turbina a través del tiempo, las cuales han introducido mejoras sustanciales en la eficiencia de la misma.

### CARACTERISTICAS GENERALES:

La turbina de Flujo Transversal o turbina Mitchell-Banki es una máquina utilizada principalmente

para pequeños aprovechamientos hidroeléctricos. Basa sus ventajas fundamentalmente en un sencillo diseño y fácil construcción lo que la hace especialmente atractiva en el balance económico de un aprovechamiento en pequeña escala. No obstante esto no impide que la turbina se utilice en grandes instalaciones. Aunque la turbina de flujo transversal se conoce como una máquina de pequeña escala, existen actualmente máquinas de este tipo de hasta 6 MW.

Las principales características de esta máquina son las siguientes:

- ◆ La velocidad de giro puede ser seleccionada en un amplio rango.
- ◆ El diámetro de la turbina no depende del caudal.
- ◆ Se alcanza un aceptable nivel de rendimiento con pequeñas turbinas.
- ◆ Se puede regular el caudal y la potencia por medio de un álabe ajustable.

Algunos investigadores han mencionado que la turbina de flujo transversal es una "turbina limite" (entre una turbina de acción y una turbina de reacción) pero aún no se han hecho análisis detallados para extender esta opinión [3].

### CAMPO DE APLICACION:

Fundamentalmente su aplicación se destina a la producción de energía eléctrica en pequeña escala, o en otros casos, su eje se acopla por correa a otros dispositivos mecánicos, y la energía mecánica obtenida se utiliza directamente en trabajos de taller.

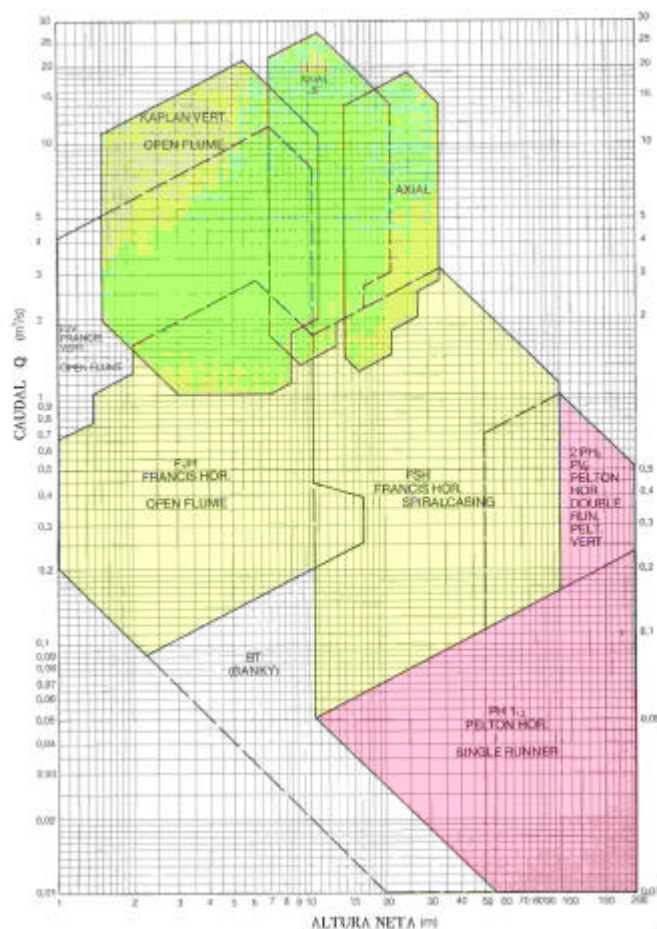


Figura 1 : Campo de aplicación

El campo de aplicación cubre un sector de la demanda que dejan libres otros tipos de máquinas, como se aprecia en los gráficos proporcionados por los fabricantes, tal como el de la Figura 1.

De acuerdo con este campo de aplicación, las turbinas de flujo transversal poseen Números Específicos o Velocidades Específicas que varían entre 18 y 60 para  $n_s$  en función del caudal, y entre 51 y 175 para  $n_s$  en función de la potencia.

### PRINCIPIO DE FUNCIONAMIENTO:

La turbina consta de dos elementos principales: un inyector y un rotor. El agua es restituída mediante una descarga a presión atmosférica.

El rotor está compuesto por dos discos paralelos a los cuales van unidos los álabes curvados en forma de sector circular [Figura 2].

El inyector posee una sección transversal rectangular que va unida a la tubería por una transición rectangular - circular. Este inyector es el que dirige el agua hacia el rotor a través de una sección que toma una determinada cantidad de álabes del mismo, y que guía el agua para que entre al rotor con un ángulo determinado obteniendo el mayor aprovechamiento de la energía como se verá posteriormente.

La energía del agua es transferida al rotor en dos etapas, lo que también da a esta máquina el nombre de **turbina de doble efecto**, y de las cuales la primera etapa entrega un promedio del 70% de la energía total transferida al rotor y la segunda alrededor del 30% restante [4] [5] [6].

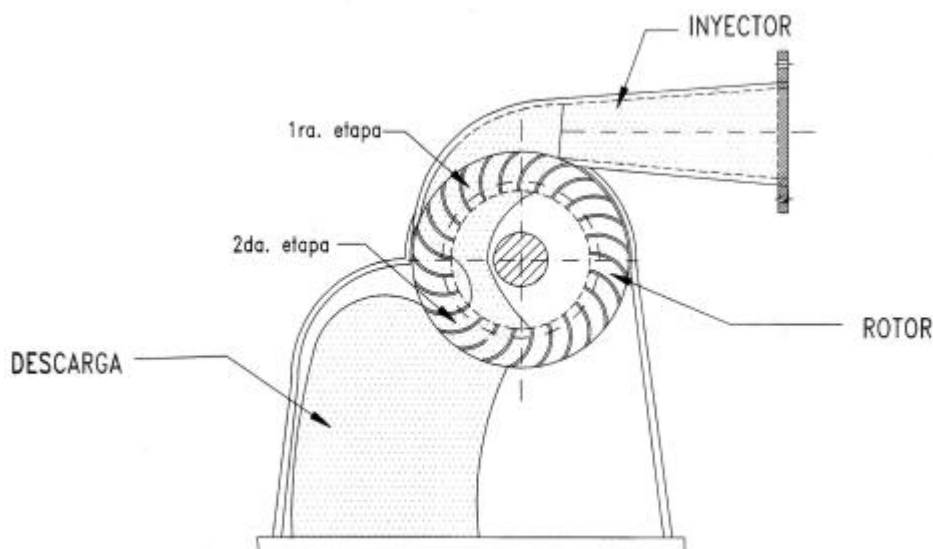


Figura 2

Los ensayos realizados por distintos investigadores sitúan el rendimiento hidráulico de esta máquina entre un 65-70% [5], otros autores mencionan un 61% aclarando que la segunda etapa entrega un 17% [6], y en general muchos autores indican un 70% [4] [7] hasta un 84% [8]. Es interesante ver como se han desarrollado algunos de estos ensayos y los resultados obtenidos, lo que se muestra en las TABLAS 1 Y 2 [9].

Parece adecuado, entonces, suponer en función del diseño primario un rendimiento hidráulico  $\eta_h$  del orden del 70% como válido para dicho propósito.

## DISEÑO CON ADMISION PARCIAL

Una característica atractiva de estas máquinas es la forma aplanada de su curva de rendimientos. Esto se logra con un diseño de la turbina con admisión parcial. Se divide el rotor en 3 partes iguales y la admisión del agua se puede realizar por 1/3, 2/3 o la totalidad del rodete.

Este tipo de diseño es el desarrollado por la firma Osberguer que construye una máquina como se ve en la Figura 3.

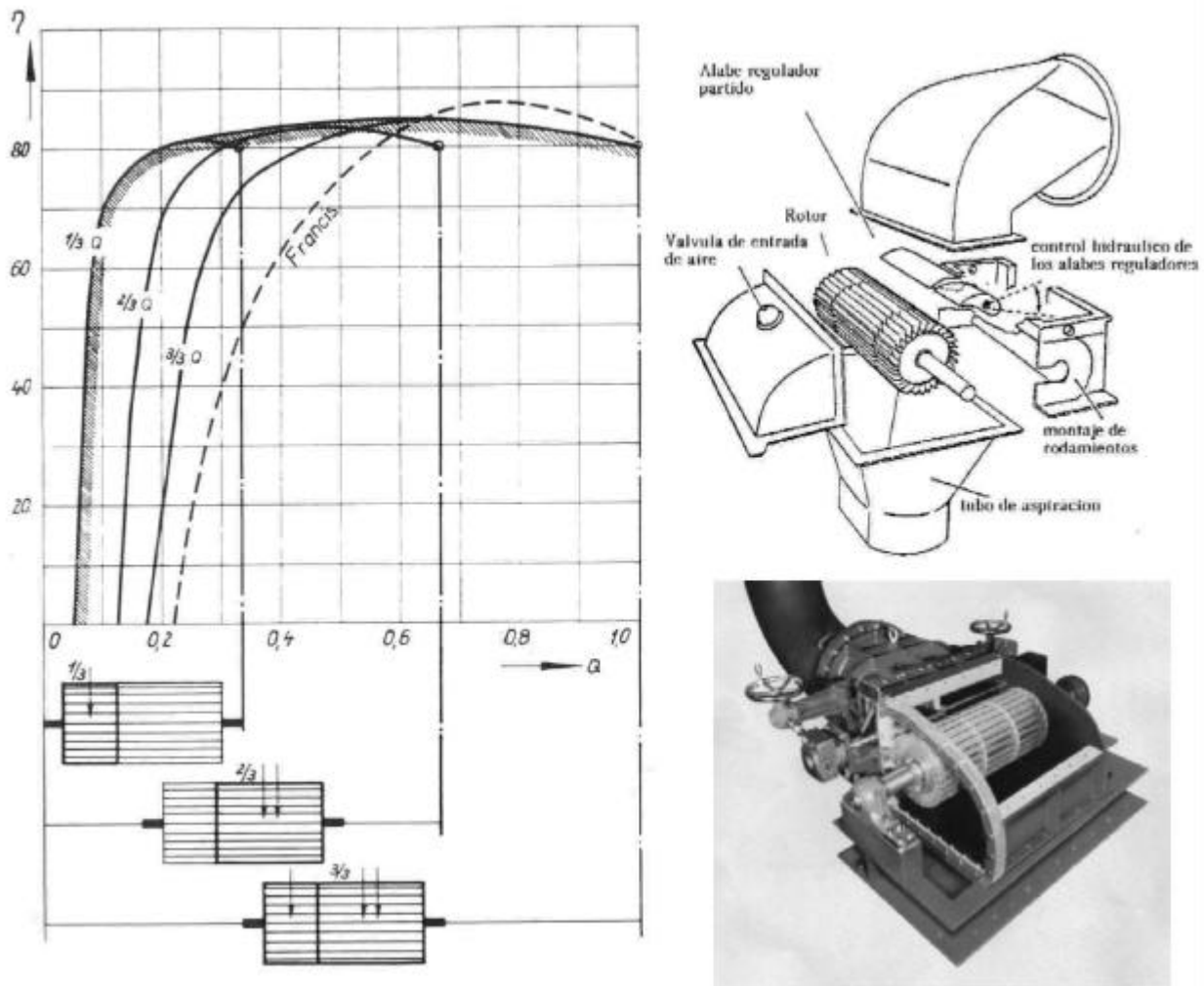


Figura 3: Turbina De Flujo Transversal De Admision Parcial

Esta clase de admisión permite obtener una curva de rendimiento como la de la Figura 3 en la cual se observa la comparación con la curva de rendimiento de una turbina tipo Francis.

Como se mencionó anteriormente, la turbina de flujo transversal es especialmente apropiada para pequeños ríos. Estos generalmente llevan durante varios meses muy poca agua. De la curva característica de rendimiento de cada turbina depende si durante este tiempo se sigue produciendo energía eléctrica.

En las centrales de pasada (Run-of-river) con caudales irregulares, las turbinas con un rendimiento máximo elevado pero con un comportamiento menos favorable a carga parcial, alcanzan una potencia anual inferior a la obtenida con turbinas cuya curva de rendimiento aparece más aplanada.

NOMBRE	AÑO	MAX REND. [%] CALCULADO	POTENCIA 1/2º ETAPA
BANKI	1917-1919	92 (SIN PERDIDAS)	
MOCKMORE & MERRIFIELD	1949	87.8	72 / 28
SONNEK	1923	92.8	74 / 26
SHEPPHERD	1956	68	72 / 28
HAIMERL	1960	82 (ASUMIDO)	81 / 18
BALJE	1981	73 82 (TUBO ASP.)	70 / 30

Tabla 1: estudios teóricos sobre turbinas Banki

NOMBRE	MAX REND. [%]	ARCO DE ADMISION	DIAMETRO ROTOR [cm]	ANCHO ROTOR [cm]	Nº ALABES
MOCKMORE & MERRIFIELD	68	?	33.27	30.48	20
SHEPPHERD	68	?	33	30.48	20
VARGA (1959)	?	?	20	30.48	30
JHONSON Y OTROS (1980)	69	106	26.67	30.48	20
NAKASE Y OTROS	82	30/60	30.48	30.48	26
DURGIN (1984)	61	50/63	?	?	20
KHOSROWPANAH	79.8	70/80	15.24 30.48	30.48	10, 15, 20
BUSHMAN Y OTROS (1989)	79	90/120	30.48	15.24	?

Tabla 2: estudios experimentales sobre turbinas Banki  
(? significa datos no disponibles)

## LA TURBINA DE FLUJO TRANSVERSAL COMO TURBOMAQUINA DE ACCION

De acuerdo con lo dicho en el comienzo de este trabajo se considerará la turbina de flujo transversal como una máquina de acción o impulso.

Según la teoría de las turbomáquinas, se puede relacionar la cupla en el eje de una turbina con el salto o altura rotórica (altura útil), arribando a la ecuación de Euler para turbomáquinas, de la cual una de sus formas es la siguiente:

$$g \cdot H_r = \frac{c_1^2 - c_2^2}{2} + \frac{u_1^2 - u_2^2}{2} + \frac{w_2^2 - w_1^2}{2} \quad (3)$$

El primer término de esta ecuación representa la variación de energía cinética que se produce en el fluido entre la entrada y la salida de la máquina; el segundo término representa el cambio de presión debido a la variación de la fuerza centrífuga entre la entrada y la salida de la misma; el tercer término, finalmente, traduce el cambio de presión debido a la variación de la velocidad relativa del fluido entre la entrada y la salida. Por lo tanto el primer término es energía cinética y los otros dos energía de presión, es decir:

$$g \cdot H_r = g \cdot (H_{din} + H_{est.}) \quad (4)$$

El cambio energético está formado por un término que podemos llamar dinámico y un término representativo del trabajo de las fuerzas de presión, que denominaremos estático. El grado de reacción es la relación entre la energía estática que se transforma dentro del rotor y la energía total, o sea:

$$G_r = \frac{H_{est.}}{H_{tot.}} \quad (5)$$

En las turbinas de "acción" el grado de reacción es igual a cero, es decir que se puede demostrar que  $p_1 = p_2$ , o sea que el escurrimiento a través del rotor es a presión constante. En definitiva en este caso, a la entrada y salida del rodete reina la presión atmosférica.

Una de las condiciones a cumplirse en este caso es que [Figura 4]:

$$u_1 = \frac{c_1}{2} \quad (6)$$

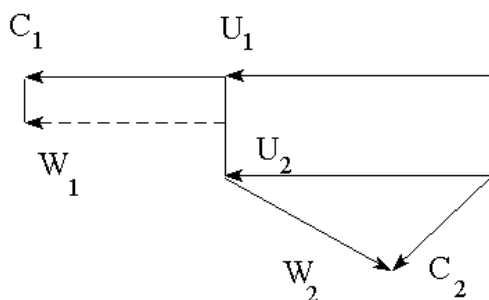


Figura 4

Algunos trabajos [10] analizan a la turbina de flujo transversal por este mismo principio. Considerando a la turbina Mitchell-Banki como una máquina de acción pura y haciendo el análisis análogamente a lo realizado por diferentes autores para una turbina Pelton, en dicho trabajo [10] se parte del hecho de que para la obtención de la máxima obtención de la energía del agua se deberá cumplir con la condición (6).

Si bien esto es completamente válido para una turbina Pelton debido a sus características constructivas no lo es tanto para la turbina que nos ocupa, es decir, la turbina de flujo transversal, ya que por sus propias características de diseño, sobre todo en lo que se refiere al inyector, se deberán realizar algunas consideraciones distintas a las realizadas en el análisis de una turbina Pelton.

### DISEÑO HIDRAULICO:

En la Figura 5 pueden apreciarse los triángulos de velocidades para las dos etapas ya mencionadas. Como puede verse, existe una total semejanza entre el triángulo de velocidades a la salida de la primera etapa y el de entrada a la segunda etapa. Esto se debe a que el flujo en esa transición es una corriente libre que no interfiere con elemento alguno del rotor.

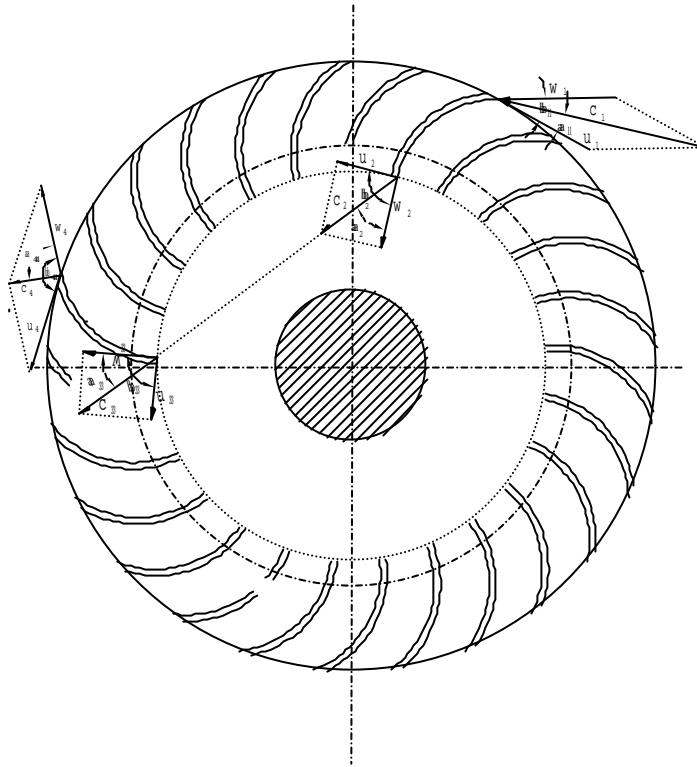


Figura 5: triángulos de velocidades de la turbina Banki

Como se mencionó anteriormente realizaremos el diseño hidráulico de esta máquina en base a la suposición de que es una turbina de acción. Pero debido a las características de ésta debemos modificar el principio de máxima utilización de la energía en lo referente a la relación de velocidades. De la Figura 6 se desprende que deberá cumplirse que:

$$u_1 = \frac{c_{u1}}{2} \quad (7)$$

Esto se debe a que el agua no ingresa en forma totalmente paralela al plano longitudinal que contiene al eje como ocurre en una turbina Pelton.

Esta modificación traerá aparejada una variación en los ángulos de entrada del fluido considerados óptimos en[10].

La velocidad absoluta de entrada del agua en el inyector para una máquina de acción está dada por:

$$c_1 = k_c \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot H_n} \quad (8)$$

De acuerdo a esto y analizando los triángulos de velocidades[Figura 6] se tendrá

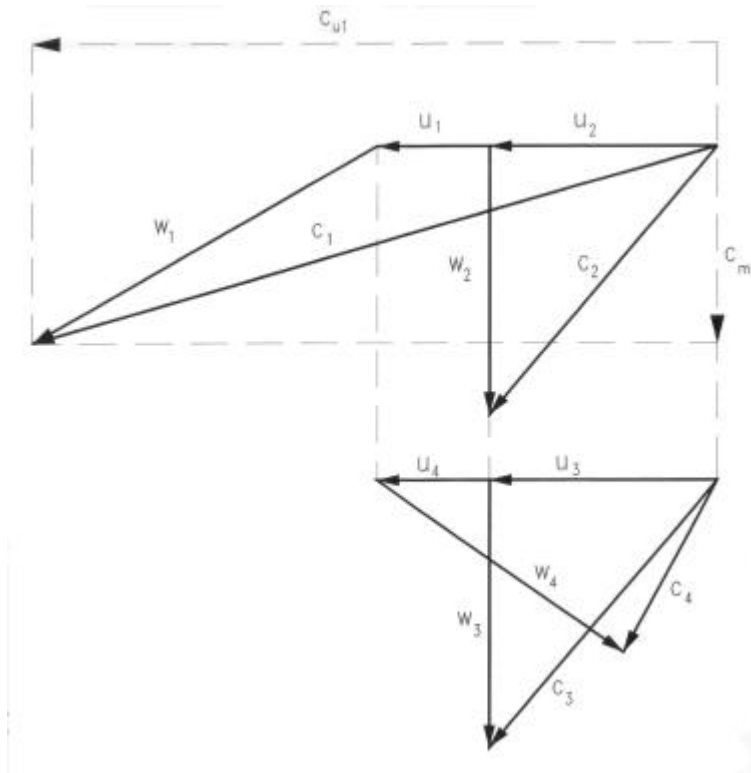


Figura 6: triángulos de velocidades unificados de la 1º y 2º etapa

$$w_1^2 = c_1^2 + u_1^2 - 2 \cdot c_1 \cdot u_1 \cdot \cos \alpha_1 \quad (9)$$

Por lo tanto para la máxima utilización de la energía:

$$w_1^2 = c_1^2 + \left( \frac{c_{u1}}{2} \right)^2 - 2 \cdot c_1 \cdot \frac{c_{u1}}{2} \cdot \cos \alpha_1 \quad (10)$$

y observando el triángulo de velocidades

$$w_1^2 = c_1^2 + \left( \frac{c_1 \cdot \cos \alpha_1}{2} \right)^2 - 2 \cdot c_1 \cdot \frac{c_{u1}}{2} \cdot \cos \alpha_1 \quad (11)$$

En definitiva:

$$w_1^2 = c_1^2 \cdot \left( 1 - \frac{3}{4} \cdot \cos^2 \alpha_1 \right) \quad (12)$$

Si se cumple que :

$$c_{m1} = c_1 \cdot \sin \alpha_1 \quad (13)$$

$$c_{m1} = w_1 \cdot \sin \beta_1 \quad (14)$$

relacionando (12) y (13) con (14) se obtiene:



$$b_1 = \arcsen \frac{\text{sen } a_1}{\sqrt{1 - \frac{3}{4} \cdot \cos^2 a_1}}$$

(15)

El ángulo  $\alpha_1$  varía generalmente entre los  $14^\circ$  y los  $17^\circ$ .

Muchos autores utilizan este ángulo con valores que no sobrepasan los  $16^\circ$  [7],[10].

De acuerdo a esto el ángulo  $\beta_1$  variará de acuerdo a los valores mostrados en la TABLA 3.

$a_1$	$b_1$
15.0	28.18
15.2	28.51
15.4	28.85
15.6	29.17
15.8	29.50
15.9	29.67
16	29.83
16.1	29.99
<b>16.102</b>	<b>30.00</b>
16.2	30.15
16.4	30.48
16.6	30.80
16.8	31.12
17	31.44

Tabla 3: variacion del angulo  $a_1$

El ángulo influye  $\beta_1$  en la construcción del rotor lo que lleva a tratar de utilizar valores que faciliten dicha construcción.

De acuerdo a esto será conveniente adoptar un ángulo  $\alpha_1$  de  $16,102^\circ$  con lo se obtendrá de la expresión (15) un ángulo  $\beta_1$  de  $30^\circ$ .

### COEFICIENTE DE VELOCIDAD $k_c$ DEL INYECTOR

Antes de continuar con el diseño hidráulico de esta turbina dedicaremos algunas palabras al coeficiente de velocidad del inyector.

Este coeficiente de velocidad  $k_c$  afecta a la velocidad absoluta de entrada y tiene en cuenta las pérdidas que se generan en el escurrimiento dentro del inyector. De acuerdo a esto se puede decir que el coeficiente  $k_c$  afectará de manera directa al rendimiento hidráulico de la turbina.

Cuando  $k_c$  se aleja de la unidad decreciendo su valor (lo que equivale a un inyector ineficiente) se hace necesario un incremento en el ángulo de admisión de la turbina.



El coeficiente  $k_c$  es un valor determinado generalmente en forma experimental. Al igual que en la turbina Pelton donde  $k_c$  toma valores entre 0,97 y 0,99 [11] o 0,96 y 0,98 [12], en una turbina de doble efecto toma valores menores a la unidad.

Los distintos investigadores han obtenido valores de  $k_c$  que van desde 0,95 [4] o 0,97 a 0,98 [13]. Por su parte investigaciones sobre esta máquina realizadas en nuestro país arrojan valores tales como  $k_c = 0,967$  [7].

### RESOLUCION DEL TRIANGULO DE VELOCIDADES A LA ENTRADA DEL ROTOR:

Como se mencionó anteriormente la velocidad en el inyector está dada por la ecuación (8). Reduciendo esta expresión se obtiene:

$$c_1 = 4.429 \cdot k_c \cdot \sqrt{H_n} \quad (16)$$

Considerando la hipótesis de impulso y de acuerdo al triángulo de velocidades a la entrada (FIGURA 4) se tiene:

$$u_1 = \frac{c_{u1}}{2} = \frac{c_1 \cdot \cos \alpha_1}{2} = \frac{4.429 \cdot k_c \cdot \sqrt{H_n} \cdot \cos \alpha_1}{2} \quad (17)$$

Luego,

$$u_1 = 2.214 \cdot k_c \cdot \sqrt{H_n} \cdot \cos \alpha_1 \quad (18)$$

y si  $\alpha_1 = 16.102^\circ$ , la velocidad tangencial será:

$$\boxed{u_1 = 2.127 \cdot k_c \cdot \sqrt{H_n}} \quad (19)$$

Aplicando el teorema del seno sobre el triángulo de velocidades a la entrada:

$$\frac{c_1}{\text{sen}(180 - \mathbf{b}_1)} = \frac{w_1}{\text{sen} \mathbf{a}_1} \quad (20)$$

luego,

$$w_1 = \frac{c_1 \cdot \text{sen} \mathbf{a}_1}{\text{sen}(180 - \mathbf{b}_1)} \quad (21)$$

reemplazando la ecuación (17) en la última expresión se obtiene el valor de  $w_1$

$$w_1 = 4.429 \cdot k_c \cdot \sqrt{H_n} \cdot \frac{\text{sen} \mathbf{a}_1}{\text{sen}(180^\circ - \mathbf{b}_1)} \quad (22)$$



si  $\alpha_1 = 16,102^\circ$  entonces  $\beta_1 = 30^\circ$ , por lo tanto la velocidad relativa a la entrada del rotor será:

$$w_1 = 2.458 \cdot k_c \cdot \sqrt{H_n} \quad (23)$$

Por último para completar la resolución del triángulo de velocidades a la entrada se obtiene el valor de  $c_{m1}$ :

$$c_{m1} = c_1 \cdot \text{sen} \alpha_1 = c_1 \cdot 4.429 \cdot k_c \cdot \sqrt{H_n} \cdot \text{sen} \alpha_1 \quad (24)$$

o sea,

$$\boxed{c_{m1} = 1.229 \cdot k_c \cdot \sqrt{H_n}} \quad (25)$$

### SELECCION DEL DIAMETRO Y VELOCIDAD DE GIRO DE LA TURBINA

De acuerdo a lo dicho con anterioridad el diámetro de esta máquina no depende del caudal. Esta premisa facilita el diseño ya que otorga al diámetro el carácter de parámetro independiente.

Esto se afirma por el hecho de que esta turbina puede trabajar dentro de un amplio rango de velocidades de rotación. De acuerdo con esto el diámetro podrá ser seleccionado en primer término.

Mucho autores señalan que para pequeños aprovechamientos los diámetros comúnmente utilizados van desde los 200 mm hasta los 500 mm [7] [10]. Lo que frecuentemente se hace es seleccionar el diámetro de los diagramas de estandarización que ofrece la bibliografía disponible y tomar a éste como base del diseño.

Algunos factores a tener en cuenta son los siguientes:

- Si se reduce el diámetro del rodete se reduce el rendimiento hidráulico.
- Los rodetes más grandes tienen una velocidad de embalamiento menor.
- Se debe mantener una cierta proporcionalidad entre el diámetro y el ancho de la turbina a fin de evitar cambios de sección demasiado bruscos entre la tubería y el inyector que provocan fuertes perturbaciones en la vena fluida.
- Se debe tener en cuenta al seleccionar dicho parámetro el grado de simplicidad en la fabricación de la turbina.

Una vez seleccionado el diámetro se procede a obtener la velocidad de giro de la máquina. Por definición:

$$u_1 = \frac{\pi \cdot n}{60} \cdot D \quad (26)$$

Reemplazando la ecuación (20) en la expresión anterior y despejando el número de vueltas:

$$\boxed{n = 40.62 \cdot k_c \cdot \frac{\sqrt{H_n}}{D}} \quad (27)$$



## NUMERO DE ALABES DEL ROTOR

La selección del número de álabes se realizará en base al diámetro y las condiciones de funcionamiento de la turbina, es decir, altura y caudal.

Se deberá tener en cuenta que un reducido número de álabes provocará pulsaciones en la generación de la potencia, y un número elevado producirá una aceleración de la vena fluída con el consiguiente aumento de las pérdidas y el efecto de reja.

Según las investigaciones de A. Ulku y H. Olgun [4] existe un número óptimo de álabes. En la TABLA 4 se transcriben los resultados de diferentes investigaciones reflejadas en la literatura.

REFERENCIA	D/d	D/B	z	$\eta_h$
YOKOHAMA, 1985, JAPON	0.66	4.25	26	80.60
VIGM, 1986, CCCP	0.63	3.00	24	78.00
GANZ, 1984, HUNGRIA	0.66	1.00	30	75.00
ALABAMA, 1983, USA	0.66	0.25	20	75.00
RESITA, 1983, RUMANIA	0.66	1.28	24	73.00
KTU, 1987, TRAZBON, TURKIA	0.54	0.81	24	71.30
OREGON, 1949, USA	0.66	1.09	20	68.00
VDI, 1981, ETIOPIA	0.67	3.26	36	66.00
LOS ANDES, 1973, COLOMBIA	0.62	1.87	27	60.60
ODTU, 1985, ANKARA, TURKIA	0.83	1.44	30	55.50

**Tabla 4: parametros caracteristicos en turbinas ensayadas por diferentes investigaciones.**

De esta tabla se desprende que el número óptimo de álabes está entre 24 y 30.

## ANCHO DEL RODETE

El siguiente paso será determinar el ancho de la turbina de acuerdo con el diámetro seleccionado y los parámetros de funcionamiento H y Q.

Como se sabe el área de admisión está dada por:

$$A_a = \frac{Q}{c_{m1}} \quad (28)$$

además

$$A_a = B \cdot p_z \cdot Z_a \quad (29)$$

El paso  $P_z$  estará dado por :

$$p_z = \frac{p \cdot D}{z} \quad (30)$$

Si definimos

$$x_z = \frac{Z_a}{z} \quad (31)$$



como la relación entre el número de álabes de la admisión y el número de álabes totales, se tendrá que una vez seleccionado el número de álabes del rotor se podrá determinar el número de álabes que actúan en la admisión, y por lo tanto el valor de  $x_z$ . Este número de álabes  $z_a$  tiene estrecha vinculación con el ángulo de admisión de la máquina .

El coeficiente  $x_z$  varía entre 0,05 y 0,35. Como límite se adopta [7],  $x_z = \frac{z_a}{z} < 0.35$

Igualando (29) y (30) y despejando B tenemos:

$$B = \frac{Q \cdot z}{\rho \cdot D \cdot c_1 \cdot \text{sena}_1 \cdot z_a} \quad (32)$$

Reemplazando en la ecuación (17) en (33) la expresión queda definitivamente como:

$$B = 0.259 \cdot \frac{Q}{k_c \cdot D \cdot \sqrt{H_n} \cdot x_z} \quad (33)$$

#### DETERMINACION DE LA GEOMETRIA DEL ALABE:

De acuerdo a lo ya expresado, el álabe de una turbina Banki tiene la forma de sector circular generalmente obtenidos de tubos de acero, bronce, acero inoxidable, etc.

Según el número de álabes seleccionado previamente se tendrá en forma automática el paso entre álabes de la siguiente forma:

$$z = \frac{360^\circ}{\hat{z}} \quad (34)$$

El siguiente paso es determinar los diferentes parámetros de dimensión y ubicación de dichos álabes. Observando la Figura 7 se pueden determinar los distintos ángulos característicos, así:

$$q = g + 30^\circ \quad (35)$$

$$l = 90^\circ + q = 180^\circ - \hat{z} - g \quad (36)$$

Reemplazando en la ecuación (36) tenemos:

$$g = 30^\circ - \frac{\hat{z}}{2} \quad (37)$$

Trabajando análogamente con la ecuación (37) se obtienen,

$$q = 60^\circ - \frac{\hat{z}}{2} \quad (38)$$



$$\boxed{\mathbf{l} = 150^\circ - \frac{\hat{z}}{2}} \quad (49)$$

Además, por relación geométrica se tiene:

$$\mathbf{d} = 180^\circ - \mathbf{g} - 30^\circ - \mathbf{q} \quad (40)$$

$$\mathbf{d} = 150^\circ - 30^\circ + \frac{\hat{z}}{2} - 60^\circ + \frac{\hat{z}}{2} \quad (41)$$

por lo tanto:

$$\boxed{\mathbf{d} = \hat{z} + 60^\circ} \quad (42)$$

De la Figura 6 también pueden hallarse las dimensiones características del álabe.

Definiendo el ancho radial del alabe **A** como:

$$\mathbf{A} = \mathbf{R} - \mathbf{r} \quad (43)$$

El ancho radial es una dimensión muy importante ya que si el álabe es corto radialmente no se aprovecha la vena fluida en forma adecuada, y si el álabe es largo en forma radial ocasionará mayores pérdidas por fricción y perturbaciones a la salida del álabe en la primera etapa que serán mayores si el eje es pasante.

Por lo tanto debe hallarse una expresión que la vincule con los parámetros óptimos de funcionamiento de la turbina.

De acuerdo con el teorema del seno:

$$\frac{\mathbf{sen} \mathbf{l}}{\mathbf{R}} = \frac{\mathbf{sen} \mathbf{g}}{\mathbf{r}} \quad (44)$$

o sea,

$$\mathbf{r} = \mathbf{R} \cdot \frac{\mathbf{sen} \mathbf{g}}{\mathbf{sen} \mathbf{l}} \quad (45)$$

Por lo tanto,

$$\boxed{\mathbf{A} = \mathbf{R} \cdot \left( 1 - \frac{\mathbf{sen} \mathbf{g}}{\mathbf{sen} \mathbf{l}} \right)} \quad (46)$$

La cuerda del álabe  $A_p$  puede obtenerse de la siguiente manera [Figura 7]:

$$\frac{A_r}{\text{sen } z} = \frac{R}{\text{sen } l} \quad (47)$$

Por lo tanto:

$$A_r = R \cdot \frac{\text{sen } z}{\text{sen } l} \quad (48)$$

Por último, el radio del álabe  $R_a$  se obtiene como sigue:

$$\frac{A_r}{\text{sen } d} = \frac{R_a}{\text{sen } q} \quad (49)$$

Luego,

$$R_a = R \cdot \frac{\text{sen } z}{\text{sen } d} \cdot \frac{\text{sen } q}{\text{sen } l} \quad (50)$$

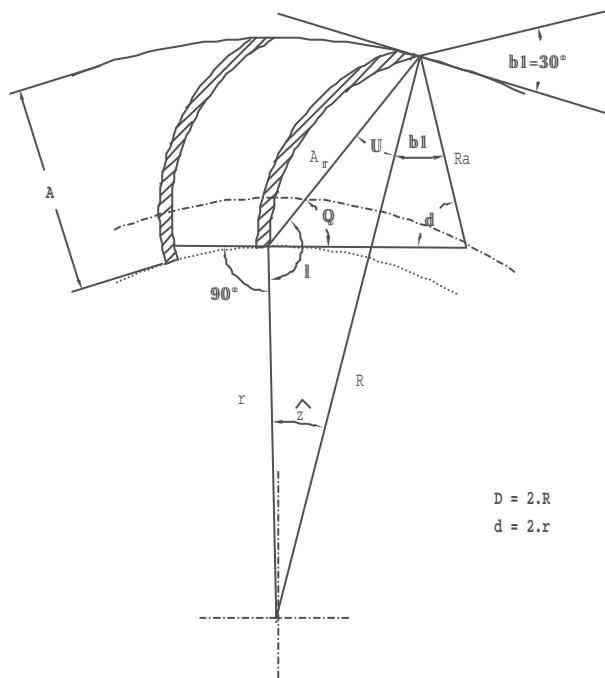


Figura 7

Como puede verse todos los parámetros han sido expresados en función del radio R de la turbina con lo que una vez seleccionado el diámetro todos los parámetros surgen automáticamente.

### DISEÑO DEL INYECTOR:

El inyector de una turbina de flujo transversal es el segundo componente de esta máquina que en conjunto con el rotor determinan la eficiencia de la turbina. Este es el encargado de guiar el flujo hacia el rotor. Esta conducción deberá poseer una buena aceleración y una distribución de velocidades uniforme en la sección de salida así como un bajo nivel de pérdidas de carga, de manera de lograr la mayor transformación posible de energía potencial en energía cinética.

El inyector puede tener distintas geometrías diferenciadas fundamentalmente por el ángulo de admisión y el órgano de regulación que posea, si es que existe. Se deberá tener en cuenta en la ubicación de este órgano de regulación que cualquier elemento en el interior del inyector puede provocar disturbios a la salida del flujo.

El inyector posee una sección transversal de forma rectangular compuesto por dos caras laterales rectas que permiten descargar el flujo sobre todo el ancho del rotor [Figura 8 ], una cara superior envolvente que guía el flujo. Esta cara posee un ángulo  $\alpha_1$  óptimo constante óptimo en cada punto de la curva. La velocidad absoluta será tangente a esta curva en todo punto. La cara inferior es recta y puede tener un ángulo de  $5^\circ$  como máximo.

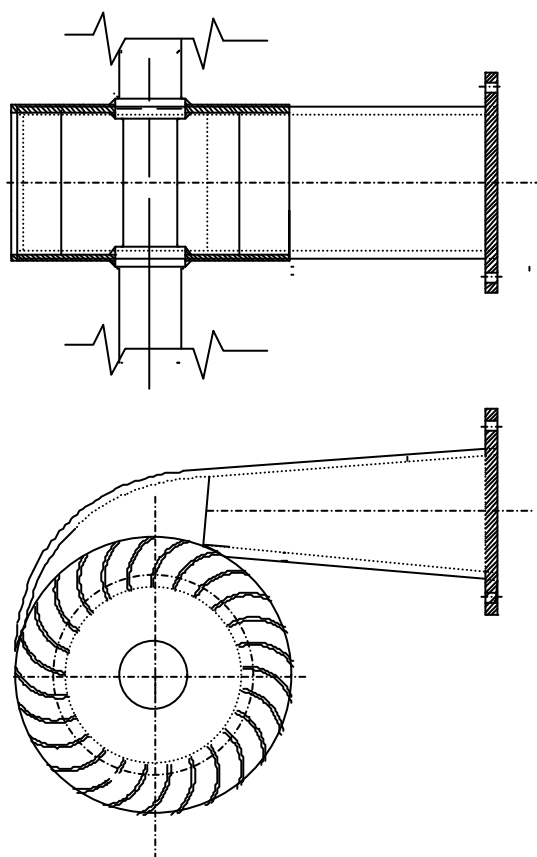


Figura 8

El chorro entra al rotor con un ángulo  $\alpha_1$  que es constante en toda la admisión y tangente a la periferia de la rueda. El flujo que abandona las paredes sólidas del inyector es definido como un



chorro libre. La velocidad a la salida del inyector tiene un valor un poco más pequeño que el valor de diseño lo que provoca un incremento en el arco de entrada [14].

Como ya se mencionó, la diversidad de diseño en la geometría del inyector hace que se adopten distintos ángulos de admisión.

A través de las diversas investigaciones que se han realizado sobre esta máquina los ángulos de admisión del inyector van desde los 30° hasta los 120°.

En la tabla N°2 se especifican algunos de estos trabajos.

Gran parte de la bibliografía existente parece coincidir en que el ángulo de admisión  $\theta_a$  óptimo para este tipo de turbina es de alrededor de los 90° [5][9].

Tanto el ángulo como el arco de admisión estarán definidos de acuerdo con el valor de  $x_z$  adoptado con anterioridad, es decir, por el número de álabes en la admisión. Además se deberá tener en cuenta el "efecto de reja" que causa el espesor de los álabes en la entrada. Así, el arco de admisión estará dado por [Figura 9]:

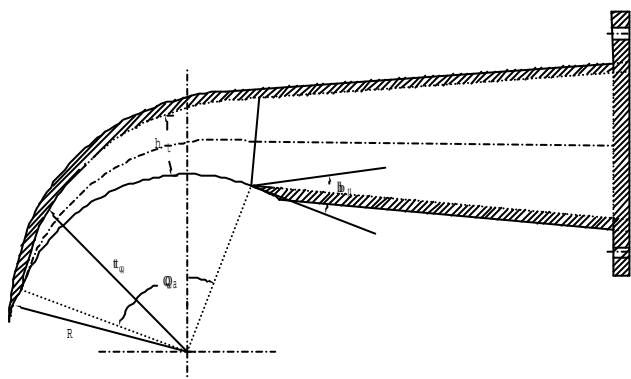


Figura 9

$$L_a = \frac{p \cdot D}{z} \cdot Z_a + Z_a \cdot e \quad (51)$$

Luego el ángulo de admisión  $\theta_a$  será:

$$\theta_a = \frac{360^\circ}{p \cdot D} \cdot L_a \quad (52)$$

Resta ahora hallar la función que representará la curva envolvente del inyector (cara superior). El modelo matemático de la entrada y salida del caudal en el inyector puede definirse como un flujo potencial. Teniendo en cuenta el principio de vórtice libre se puede analizar el comportamiento del flujo dentro del inyector [VER FIGURA 9].



Así:

$$\frac{\mathbf{q}}{\mathbf{q}_a} = \frac{Q - Q_{\mathbf{q}}}{Q} \quad (53)$$

luego,

$$\boxed{Q_{\mathbf{q}} = \left(1 - \frac{\mathbf{q}}{\mathbf{q}_a}\right) \cdot Q} \quad (54)$$

tomando un diferencial de área en el inyector según Figura 9 se tiene:

$$dQ_{\mathbf{q}} = c_u \cdot dS = c_u \cdot B \cdot dt_{\mathbf{q}} \quad (55)$$

Por otra parte si se cumple la ley de torbellino potencial, entonces:

$$C = c_u \cdot t_{\mathbf{q}} \quad (56)$$

igualando las expresiones (56) y (57), y despejando:

$$dQ_{\mathbf{q}} = B \cdot dt_{\mathbf{q}} \cdot \frac{C}{t_{\mathbf{q}}} \quad (57)$$

Integrando sobre todo el ancho del inyector, e igualando con (55):

$$\int dQ_{\mathbf{q}} = \int B \cdot dt_{\mathbf{q}} \cdot \frac{C}{t_{\mathbf{q}}} = \left(1 - \frac{\mathbf{q}}{\mathbf{q}_a}\right) \cdot Q \quad (58)$$

$$\left(1 - \frac{\mathbf{q}}{\mathbf{q}_a}\right) \cdot Q = B \cdot C \cdot \ln \frac{t_{\mathbf{q}}}{R} \quad (59)$$

Por lo tanto:

$$\mathbf{q} = \mathbf{q}_a \cdot \left(1 - \frac{B \cdot C}{Q} \cdot \ln \frac{r_{\mathbf{q}}}{R}\right) \quad (60)$$

Analizando para los valores extremos:

Si  $\theta = \theta_a$   $\boxed{t_{\mathbf{q}} = R}$  (61)

Si  $\theta = 0$   $\boxed{t_{\mathbf{q}} = R \cdot e^{\frac{Q}{B \cdot C}}}$  (62)

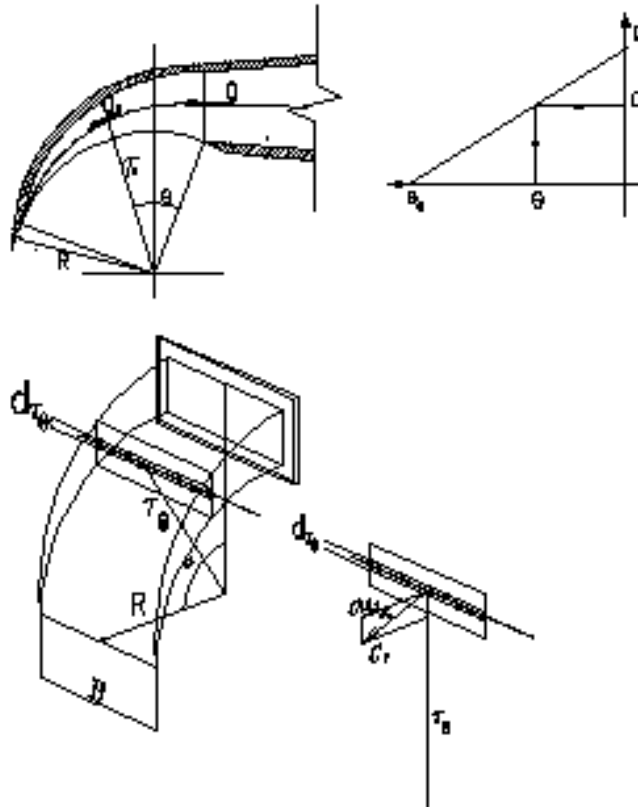


Figura 9

En general para cualquier ángulo entre  $0^\circ$  y  $\theta_a$  la curva envolvente del inyector está dada por:

$$t_q = R \cdot e^{\left[ \frac{1 - \frac{q}{Q}}{B \cdot C} \right]} \cdot Q \quad (63)$$

El valor de la constante C se puede determinar de la siguiente manera:

Por ecuación de Euler:

$$h_h \cdot g \cdot H_n = c_{ul} \cdot u_1 \quad (64)$$

y considerando la ecuación (27) se tendrá:

$$C = h_h \cdot g \cdot H_n \cdot \frac{60}{2 \cdot \rho \cdot n} = c_{ul} \cdot R \quad (65)$$

Reemplazando la ecuación (28) en esta última expresión, resulta :



$$C = h_h \cdot g \cdot H_n \cdot \frac{60}{2 \cdot \rho} \cdot \frac{1}{40.778 \cdot K_c \cdot \frac{\sqrt{H_n}}{D}} \quad (66)$$

Finalmente:

$$C = 2.3 \cdot h_h \cdot \frac{D \cdot \sqrt{H_n}}{K_{c1}} \quad (67)$$

Como puede apreciarse la curva envolvente del inyector ha quedado expresada por la ecuación de una espiral logarítmica [ECUACION (63)] que guiará el fluido en forma suave y con la menor pérdida de carga posible.

Luego la altura del inyector en cada punto de la envolvente será:

$$h_t = t_q - R \quad (68)$$

Hasta aquí no se ha analizado la instalación de un regulador ya que dicha máquina ha sido pensada para baja potencia trabajando a carga constante.

#### **INYECTOR CON REGULACION:**

Como se mencionó anteriormente, existen varias geometrías de inyectores y sistemas de regulación como los que se aprecian en la FIGURA 10. Se expondrá en esta sección un sistema de regulación mediante álabe director recomendado por la Organización Latinoamericana de energía (O.L.A.D.E.) y una variante del mismo desarrollado por la Universidad Nacional de la Plata.

En la Figura 11 se puede ver el diseño de la OLADE con sus dimensiones principales.

En la Figura 12 se aprecia la variante desarrollada por la U.N.L.P. y sus relaciones principales.

En este diseño, el álabe regulador divide el flujo en dos partes, una superior y otra inferior, con la finalidad de disminuir la cupla de accionamiento de dicho álabe. Se verifica que la cupla nula se manifiesta para un 50% de apertura aproximadamente [7]. Las máquinas que tienen esta geometría de inyector y funcionan con saltos mayores a 25 metros pueden tener problemas causados por la presencia de cavitación en zonas de bajas presiones, como la superficie inferior del álabe regulador [7].

#### **TUBO DE ASPIRACION:**

La turbina de flujo transversal generalmente trabaja sin tubo de aspiración como cualquier máquina de impulsión, por lo tanto se instalan a una altura considerable sobre el nivel de agua de restitución y de acuerdo a las variaciones del mismo, desaprovechando dicha altura.

No obstante un tubo de aspiración es conveniente para caídas medianas y pequeñas. Este tubo permite realizar un montaje a prueba de crecidas con un aprovechamiento de toda la altura disponible en el salto.

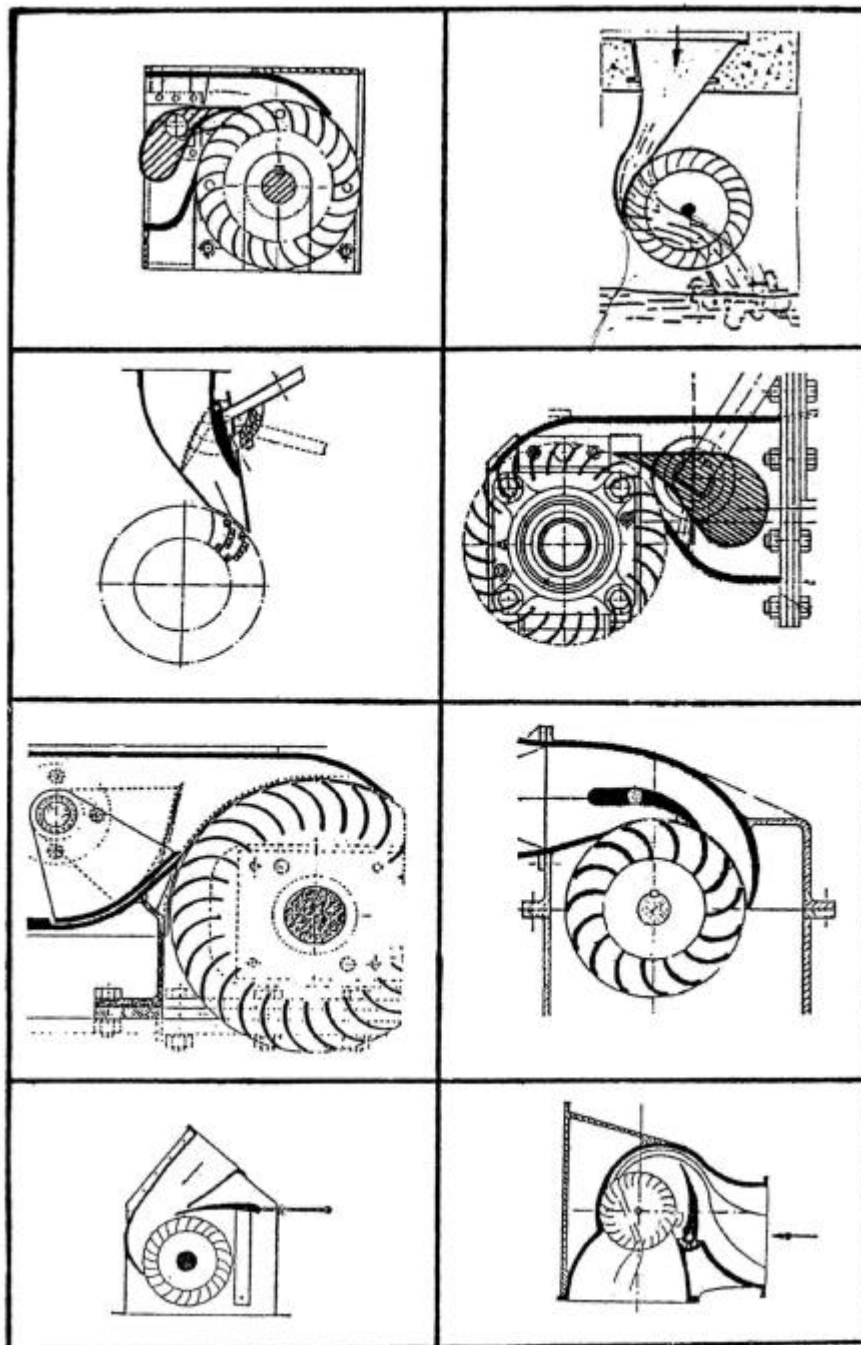
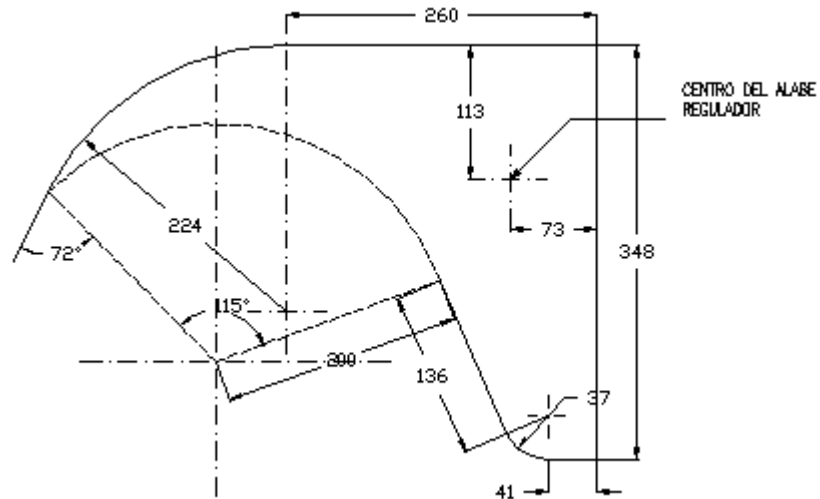


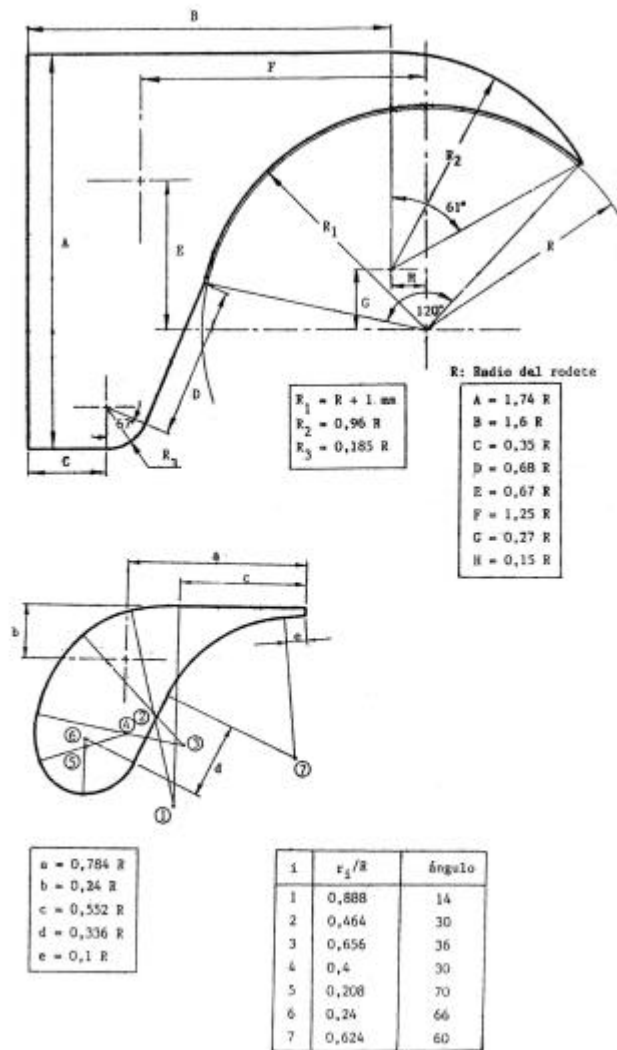
Figura 10

El tubo de aspiración se instala con el extremo inferior sumergido en el canal de restitución y el agua contenida en su interior genera una presión negativa en la zona del rodete, por lo cual la carcasa debe tener un cierre hermético.

La regulación del nivel de agua generalmente se realiza por medio de una válvula de aireación regulable [Figura 3 ] que influye sobre el vacío en la carcasa de la turbina. La empresa Osberger asegura que esto permite un aprovechamiento óptimo de saltos de hasta 1 metro.



**Figura 11:** Inyector propuesto por la O.L.A.D.E. (tomando como base un rotor de 400 mm)



**Figura 12:** diseño del inyector y alabe regulador para un rotor de radio R según U.N.L.P. [7]

Este tipo de válvula trae aparejado el inconveniente que se manifiesta cuando asciende el nivel de restitución en periodo de crecidas y no se logra alcanzar la diferencia de presión para el ingreso de aire previamente ajustada., con lo que el nivel del agua inunda el rodete.

Para evitar este problema es necesario regular el nivel de agua utilizando sistemas que no dependan de la presión interior sino directamente del nivel en el interior del tubo.

La U.N.L.P.[7] propone un sistema que se muestra en la Figura 13 que consiste en un tanque auxiliar cargado parcialmente con agua y conectado por medio de dos conductos de aspiración. Al ascender el nivel de agua, el flotador es desplazado verticalmente , accionando una válvula para el ingreso del aire.

En la puesta en marcha, la velocidad de caída del agua arrastra el aire hacia el exterior y llega a una posición de equilibrio al cabo de un cierto tiempo que se reduce con la disminución del diámetro del tubo.

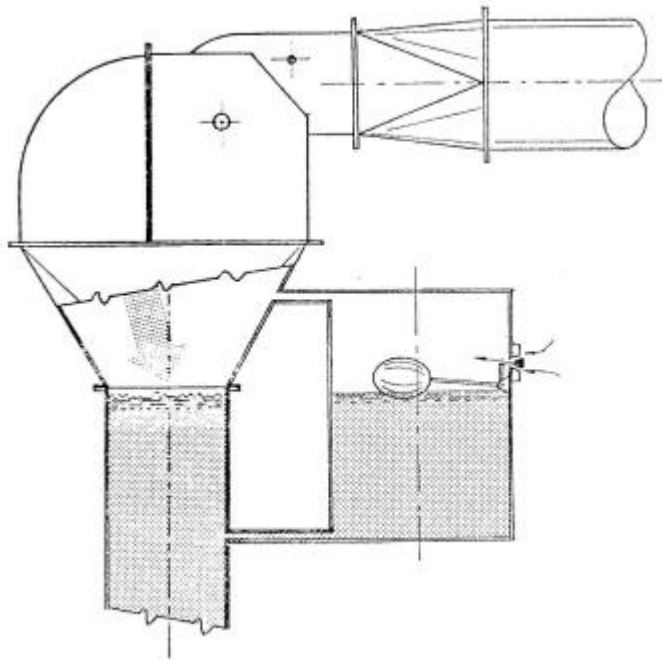


Figura 13

### VELOCIDAD DE EMBALAMIENTO:

En el funcionamiento de una turbina hidráulica acoplada a un generador eléctrico el par motor se mantiene siempre igual gracias al sistema de regulación al par originado por las resistencias pasivas y la carga útil del generador. Si la turbina queda sin carga y fallan los mecanismos de seguridad que complementan normalmente todo sistema de regulación la velocidad del grupo aumenta, aumentando el par de las resistencias pasivas hasta que se hace igual al par motor y la aceleración se reduce a cero (0). Si no existiesen las resistencias pasivas la aceleración nunca se reducirá a cero y teóricamente se hará infinita, sobreviniendo antes la destrucción del grupo. A la velocidad máxima que adquiere la turbina en marcha en vacío se la denomina velocidad de embalamiento. Esta velocidad es distinta para cada apertura del álabe regulador. El rotor del



grupo incluyendo el rotor del alternador, ha de estar diseñado para resistir la velocidad de embalamiento.

En las turbinas de flujo transversal la velocidad de embalamiento máxima corresponde al 100% de apertura del álabe regulador y disminuye a medida que se cierra el mismo.

Las turbinas de flujo transversal de la firma Ossberger a alturas nominales es 1.8 veces la velocidad nominal, lo que permite el uso de un generador estándar.

## NOMENCLATURA:

c	= VELOCIDAD ABSOLUTA.....	[m/s],
u	= VELOCIDAD TANGENCIAL DE LA TURBINA.....	[m/s],
w	= VELOCIDAD RELATIVA DEL FLUIDO.....	[m/s],
H <sub>r</sub>	= ALTURA ROTORICA (ALTURA UTIL).....	[m],
Q	= CAUDAL.....	[m <sup>3</sup> /s],
G	= ACELERACION DE LA GRAVEDAD.....	[m/s],
H <sub>est</sub>	= ALTURA ESTATICA O DE PRESION.....	[m],
Gr	= GRADO DE REACCION,	
H <sub>n</sub>	= ALTURA NETA.....	[m],
η <sub>h</sub>	= RENDIMIENTO HIDRAULICO,	
k <sub>c</sub>	= COEFICIENTE DE VELOCIDAD DEL INYECTOR,	
c <sub>u</sub>	= COMPONENTE DE LA VELOCIDAD ABSOLUTA EN LA DIRECCION TANGENCIAL.....	[m/s],
α	= ANGULO ENTRE LA VELOCIDAD ABSOLUTA Y LA VELOCIDAD, TANGENCIAL.....	[°],
β	= ANGULO ENTRE LA VELOCIDAD RELATIVA Y LA VELOCIDAD TANGENCIAL.....	[°],
c <sub>m</sub>	= COMPONENTE DE LA VELOCIDAD ABSOLUTA EN LA DIRECCION MERIDIANA.....	[m/s],
N	= VELOCIDAD DE ROTACION DE LA MAQUINA.....	[R.P.M.],
D	= DIAMETRO DEL ROTOR.....	[m],
d	= DIAMETRO INTERNO DEL ROTOR.....	[m],
A <sub>a</sub>	= AREA DE ADMISION.....	[m],
B	= ANCHO DEL ROTOR.....	[m],
Z	= NUMERO DE ALABES DEL ROTOR,	
Z <sub>a</sub>	= NUMERO DE ALABES EN LA ADMISION,	
X <sub>z</sub>	= RELACION DE NUMERO DE ALABES,	
p <sub>z</sub>	= PASO ENTRE ALABES.....	[m],
z	= ANGULO ENTRE ALABES.....	[°],
A	= ANCHO RADIAL DEL ALABE.....	[m],
R	= DADIO DEL ROTOR (R = D/2).....	[m],
r	= RADIO INTERNO DEL ROTOR.....	[m],
A <sub>p</sub>	= CUERDA DEL ALABE.....	[m],
R <sub>a</sub>	= RADIO DEL ALABE.....	[m],
L <sub>a</sub>	= ARCO DE ADMISION.....	[m],
e	= ESPESOR DEL ALABE.....	[m],
θ <sub>a</sub>	= ANGULO DE ADMISION.....	[°],
θ	= ANGULO DE LA ENVOLVENTE EN UN PUNTO CUALQUIERA.....	[°],
S	= AREA GENERICA DEL INYECTOR.....	[m],
τ <sub>θ</sub>	= RADIO DE LA CURVA ENVOLVENTE DEL INYECTOR.....	[m],
C	= CONSTANTE DE LA LEY DEL TORBELLINO POTENCIAL,	
h <sub>t</sub>	= ALTURA DEL INYECTOR EN CADA PUNTO.....	[m],





### Subíndices Utilizados:

- 1.- ENTRADA AL ROTOR (PRIMERA ETAPA),
- 2.- SALIDA DE LA PRIMERA ETAPA,
- 3.- ENTRADA A LA SEGUNDA ETAPA,
- 4.- SALIDA DEL ROTOR (SEGUNDA ETAPA).

### REFERENCIAS

- [1] "Metodología de diseño y cálculo de una turbina de flujo transversal", Marchegiani A., Cuadernos de La Facultad de Ingeniería , Universidad Nacional del Comahue, Neuquén, Noviembre 1992.
- [2] "Historical overview of cross-flow turbine", Khorowspanah S., Albertson M., and Fiuzat A., Wate Power & Dam Construction, octubre 1984.
- [3] "New insights on the working mechanism of the cross-flow turbine", O. Hendrawan, Bandung University of Technology, Indonesia, 1991.
- [4] "The effect of inlet nozzle and runner geometry on the efficiency of radially loaded cross-flow turbines"; A. Ulku, H. Olgun; Cairo International Symposium On Renewable Energy, El Cairo, Junio 1988.
- [5]"Experimental determination of blade forces in a cross-flow turbine"; L. K. Van Dixhorn, H. L. Moses, J. Moore; Virginia Polytechnic Institute and State University; Virginia 1984.
- [6] "Some fluid flow characteristic of a cross-flow type hydraulic turbine"; W. W. Durgin, W. K. Fay; Worcester Polytechnic Institute; Worcester, Massachusetts, 1984.
- [7]"Turbina Mitchell-Banki: Criterios de Diseño, Selección y Utilización"; F. Zarate, C. Aguerre, R. Aguerre; Universidad Nacional de La Plata; La Plata, 1987.,
- [8]"The Ossberguer Cross-Flow Turbine"; F. W. Stapenhorst; Small Hydro-Power Machinery Winter Annual Meeting of A.S.M.E., Chigago, Noviembre 1980.
- [9] "Better Efficiency for Cross-Flow Turbines?", B. P. AkerKar, A. A. Fiuzat; Hidro Review, p 76-82; Diciembre 1989.
- [10] "Selección y Diseño de una turbina de Flujo Transversal Mitchell-Banki"; C. Staniscia; Cuadernos de La Facultad de Ingeniería 24/33, Universidad Nacional del Comahue, Neuquén, septiembre 1990.
- [11] C. Mattaix, "TURBOMAQUINAS \ HIDRAULICAS"; Ed. ICAI; Madrid, 1975.,
- [12] L. Vivier, "TURBINES HYDRAULIQUES ET LEUR REGULATION"; Editions Albin Mitchel; Paris, 1966.,
- [13] H. SCHEURER; "Small Water Turbines"; Deutsche \ Gese \ Ilschaft Technische Zusammenarbeit (GTZ) GmbH, Alemania, septiembre 1980.
- [14]" An investigation of free jet From a Cross-Flow turbine nozzle"; H. Olgun, A. Ulku, A. Fay; Karadeniz Techniical University; Trazbon, Turkey, 1992.