ELIPSA

Definice:

Elipsa je množina bodů $X[x, y]$ v rovině, které mají od dvou pevných bodů $F_1[x_1, y_1]$ a $F_2[x_2, y_2]$, konstantní součet vzdáleností rovný $2a$ $(|F_1, F_2| < 2a)$, nebo $2b$ pokud $(|F_1, F_2| < 2b)$. Vzdálenost $|F_1, F_2| = 2e$.

Body F_1 a F_2 se nazývají ***ohniska elipsy***. Přímka F_1F_2 je ***hlavní osa elipsy***. Střed *S* úsečky F_1F_2 je ***střed elipsy***. Přímka procházející středem *S* kolmá na hlavní osu se nazývá ***vedlejší osa elipsy***. Průsečíky elipsy s její hlavní a vedlejší osou nazýváme ***vrcholy elipsy***, které označíme *A, B, C, D*. Úsečky XF_1, XF_2 se nazývají ***ohniskové průvodiče*** bodu *X*.

Vzdálenost ohniska od středu $|F_1S| = |F_2S| = e$ se nazývá ***excentricita*** (výstřednost) elipsy. Platí:

$$e = \sqrt{a^2 - b^2},$$

kde $a = \sqrt{b^2 + e^2}$ je ***hlavní poloosa elipsy***, $b = \sqrt{a^2 - e^2}$ ***vedlejší poloosa elipsy***, pokud $a > b$.

Číslo $\varepsilon = \frac{e}{a} > 1$ se nazývá ***výstřednost elipsy***.

Rovnice elipsy se středem v bodě $S|0,0|$ a s hlavní poloosou *a* ležící na ose *x* má tvar:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1.$$

Rovnice elipsy se středem v bodě $S|0,0|$ a s hlavní poloosou *a* na ose *y* je:

$$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1.$$

Předchozí dvě rovnice nazýváme ***osové rovnice elipsy***.

Je-li střed elipsy v bodě $S|m,n|$ a hlavní poloosa *a* je rovnoběžná s osou *x*, potom rovnice elipsy má tvar:

$$\frac{(x-m)^2}{a^2}+\frac{(y-n)^2}{b^2}=1.$$

Pokud se střed elipsy nachází v bodě $S|m,n|$ a hlavní poloosa *a* je rovnoběžná s osou *y*, potom rovnice elipsy má tvar:

$$\frac{(x-m)^2}{b^2}+\frac{(y-n)^2}{a^2}=1.$$

Elipsa, která má hlavní poloosu rovnoběžnou s osou *x* nebo *y* má obecnou rovnici

$$Ax^2+By^2+Cx+Dy+E=0,$$

kde *A, B, C, D, E* jsou reálné hodnoty, přičemž $A>0, B>0$, a $a\neq B$. Každá taková rovnice však nemusí být rovnicí elipsy s $a \parallel x$ nebo $a \parallel y$.

Bod M$[x_M, y_M]$ leží uvnitř elipsy, jestliže platí následující vztah:

$$Ax_M^2+By_M^2+Cx_M+Dy_M+E<0.$$

Vzájemnou polohu přímky a elipsy určíme vyřešením soustavy jejich rovnic podobně jako pro kružnici a přímku.

Rovnici tečny *t* elipsy v bodě dotyku $T[x_0,y_0]$ odpovídající předchozím vyjádřením elipsy jsou ve tvaru:

$$\frac{x_0x}{a^2}+\frac{y_0y}{b^2}=1\ ,$$

$$\frac{x_0x}{b^2}+\frac{y_0y}{a^2}=1\ ,$$

$$\frac{(x_0-m)(x-m)}{a^2}+\frac{(y_0-n)(y-n)}{b^2}=1\ ,$$

$$\frac{(x_0-m)(x-m)}{b^2}+\frac{(y_0-n)(y-n)}{a^2}=1\ ,$$

$$Ax_0x+By_0y+\frac{C}{2}x_0+\frac{C}{2}x+\frac{D}{2}y_0+\frac{D}{2}y+E=0\ .$$