

Matemática Financeira

Conceitos básicos a Exercícios de compreensão

Conteúdo

Páginas

Capa	1
Conceitos básicos	2
Porcentagem	5
Juros simples	6
Juros compostos	7
Fluxo de caixa	9
Análise de investimentos	10
Descontos	11
Amortizações	12
Exercícios de compreensão	13

Referências

Fontes e Editores da Página	14
Fontes, Licenças e Editores da Imagem	15

Licenças das páginas

Licença	16
---------	----

Capa

Matemática Financeira



[Ir para o índice>>](#)

Wikilivristas que cooperaram com o desenvolvimento e manutenção deste wikilivro:

- Cesarakg (msg · ctrib D E ^[1] · logs ^[2] B ^[3] M ^[4])
- Felipearaldi (msg · ctrib D E ^[5] · logs ^[6] B ^[7] M ^[8])

Referências

- [1] http://tools.wikimedia.de/~interiot/cgi-bin/count_edits?user=Cesarakg&dbname=ptwiki_p
 - [2] <http://en.wikipedia.org/wiki/Especial%3Alog?user=Cesarakg>
 - [3] <http://en.wikipedia.org/wiki/Especial%3Alog?type=block&page=Usuário:Cesarakg>
 - [4] <http://en.wikipedia.org/wiki/Especial%3Alog?type=move&user=Cesarakg>
 - [5] http://tools.wikimedia.de/~interiot/cgi-bin/count_edits?user=Felipearaldi&dbname=ptwiki_p
 - [6] <http://en.wikipedia.org/wiki/Especial%3Alog?user=Felipearaldi>
 - [7] <http://en.wikipedia.org/wiki/Especial%3Alog?type=block&page=Usuário:Felipearaldi>
 - [8] <http://en.wikipedia.org/wiki/Especial%3Alog?type=move&user=Felipearaldi>
-

Conceitos básicos

A **Matemática Financeira** é uma área da matemática que aplica seus conceitos no estudo da variação do dinheiro ao longo do tempo. A origem da Matemática Financeira está intimamente ligada a dos regimes econômicos, o surgimento do crédito e do sistema financeiro.

Todo o desenvolvimento da Matemática Financeira está ligado a utilidade do dinheiro, que gera dinheiro, ao contrario de sua simples propriedade, que por si só não apresenta rendimento.

Conceitos, Símbolos e Convenções

Um dos principais problemas no estudo da Matemática Financeira advem da Babilônia de termos, símbolos e conceitos desenvolvidos até hoje. Neste livro buscaremos utilizar os nomes e símbolos de conceitos na língua portuguesa.

Capital

Capital ou **Principal** é valor de uma quantia em dinheiro "na data zero", ou seja, no início de uma aplicação. Capital poder ser o dinheiro investido em uma atividade econômica, o valor financiado de um bem, ou de um empréstimo tomado.

Para evitar problemas com mudanças de unidades monetárias, e para tornar este livro mais amigável a leitores lusófonos, utilizaremos sempre uma unidade fictícia, chamada de *unidade monetária*, abreviada por *u.m.* ou representada por \$, junto ao valor.

Capital pode ser apresentado sob várias siglas e sinônimos: C (de **Capital**); P (de **Principal**); VP (de **Valor Presente**); PV (de **Present Value**); C 0(Capital Inicial).

Neste livro iremos representar capital por:

Juros

Os **juros** são a remuneração paga pelo uso do dinheiro. Pode ser tanto o rendimento de uma aplicação quanto o juro a ser pago em um financiamento. Diferencia-se do capital por que resulta da aplicação financeira, enquanto o capital é o motivo da aplicação financeira. Os Juros sempre são expressos em unidades monetárias, e representam o montante financeiro referente a uma aplicação.

Neste livro, o juro será representado por:

Outras representações: I.

Taxa de juros

A **taxa de juros** representa a razão entre o juro e o capital (J/C). O cálculo da taxa de juros é responsável pelo observação da rentabilidade de uma operação financeira, sendo indispensável para a tomada de decisão de investimentos.

Normalmente é representada em forma percentual. Um valor percentual é um valor que representa a taxa de juros para um capital de 100 u.m. Para efeito de cálculo sempre é utilizado a taxa unitária, que é aquela que resulta diretamente no juro de um período, quando multiplicada pelo capital. Por exemplo: $0,05 = 5\%$

Neste livro, a taxa de juros será representada por:

Outro item importante a considerar nas taxas de juro, é que elas sempre devem estar de acordo com o **período de capitalização**. Pode-se ter taxas mensais, bimestrais, trimestrais, quadrimestrais, semestrais, anuais.

Taxa exata e comercial

A **taxa exata** é como chama-se a taxa de juros que considera os dias conforme o calendário anual, ou seja, 365 ou 366 dias no ano, 28, 29, 30 ou 31 dias no mês.

A **taxa comercial** é a convenção usada nos mercados, onde se considera meses de 30 dias, e anos de 360 dias (12 meses de 30 dias).

Taxa efetiva e nominal

A **taxa efetiva** é a taxa que está sendo referenciada ao período de capitalização.

A **taxa nominal** é a taxa dada em desconformidade com o período de capitalização.

Usualmente utiliza-se para conversão, a convenção comercial. Assim, uma taxa anual capitalizada mensalmente deve ser dividida pelo número de meses do ano para obter a taxa efetiva.

Prazo

O **prazo** ou **período de capitalização** é o tempo pelo qual o capital é aplicado.

Neste livro, o prazo será representada por:

Outras representações: t .

Montante

O **montante** é o resultado da soma do capital com o juro. Matematicamente:

$$M = C + J \quad (\text{considerando-se } M \text{ a representação de Montante})$$

Como é o resultado da soma do capital com o juro, decorre que o montante é calculado apenas no fim da capitalização.

Outras representações: S (de Saldo); VF (de Valor Futuro); FV (de Future Value); C^n .

Prestação

Prestação é a parcela contínua que amortiza o Capital e os Juros

Neste livro, o prazo será representada por:

R (de Renda)

Outras representações: PMT (de *payment*); P_{gto} (de Pagamento); a (Anuidade).

Desconto

O **desconto** é um abatimento oferecido sobre o valor nominal de um título ou sobre o montante de uma dívida a vencer, quando paga antecipadamente. Geralmente, o desconto é expresso em forma percentual.

Por exemplo, um produto que custa R\$500,00 com desconto de 5% sairá $R\$ 500,00 - 0,05 \times R\$ 500,00 = R\$475,00$

Neste livro, o desconto será representado por:

Capitalização e Descapitalização

Chamamos de **capitalização** o processo de aplicação de uma taxa de juros sobre um capital, resultando de um juro e, por conseguinte de um montante. Quando queremos saber qual o valor de um montante, estamos querendo saber o resultado da capitalização do valor atual.

A **descapitalização**, por outro lado, corresponde a operação inversa, sabemos o valor do montante e queremos saber o valor atual. Fazemos descapitalização quando queremos saber, por exemplo, quanto precisamos investir hoje em um determinado regime de capitalização, durante um determinado número de períodos, para ter numa data futura um determinado montante.

Porcentagem

Proporções e Razões

Dizemos que há uma proporção entre duas grandezas quando uma relação linear relaciona as mesmas, de forma que, por exemplo, dobrando o valor de uma das grandezas, a outra é dobrada (proporção ou razão direta) ou é reduzida à metade (proporção ou razão inversa). De uma forma genérica, dizemos que o produto de uma grandeza pela constante k irá multiplicar a outra grandeza pela mesma constante k (razão ou proporção direta) ou então pelo seu inverso $1/k$ (razão ou proporção inversa).

Ex.: A relação entre a força "peso" de um corpo e a sua massa é dada pela constante $g = 9,82m/s^2$. Escrevemos esta relação na equação $P = m * g$. Se a massa do corpo for de 1kg, o peso será de 9,82N. Aumentando a massa para 2kg, aumenta o peso para 19,64.

Ex.2: No ciclo do ouro em Minas Gerais, na história, sabemos que o imposto sobre o ouro, ou *derrama*, era de $1/5$, também chamado de *quinto*. Para uma produção de 10 onças de ouro, o imposto era de 2 onças. Se a produção aumentasse para 30 onças, o valor do imposto a pagar passava a 6 onças.

A porcentagem é uma razão ou proporção, em que uma das grandezas é o número 100. No exemplo 2, acima, obtemos a porcentagem ou razão percentual multiplicando o valor da constante por 100, resultando 20. Para destacar que se trata de uma porcentagem, acrescentamos o símbolo '%': 20%. Para calcular uma porcentagem, multiplicamos o valor do qual queremos extrair a porcentagem pelo valor da porcentagem, e dividimos por 100.

Ex.: O número de brasileiros responsáveis por um lar soma 44.795.101 pessoas, das quais 24,9% são mulheres. Para conhecer o número de mulheres que são responsáveis por um lar no Brasil, basta multiplicar o total pelo percentual, e dividir por 100%:

$$\frac{44.795.101 \times 24,9\%}{100\%} = 11.153.980$$

(o valor real é de 11.160.635, o que indica que a porcentagem fornecida pelo IBGE é arredondada)

No caso do valor do imposto chamado "Quinto", a taxa percentual é obtida transformando a taxa unitária ($1/5$) em porcentagem. Basta multiplicar a taxa unitária por 100%:

$$\frac{1}{5} \times 100\% = 20\%$$

Outras taxas ou razões são expressas, normalmente, em porcentagem, como a taxa de crescimento de uma população, a taxa inflação, a taxa de crescimento do PIB, a relação entre elementos de uma população, etc.

Juro e Desconto

O juro ou o desconto são quantias que são relacionadas a um valor chamado de principal ou de montante, e o relacionamento é expresso em uma taxa percentual. Para calcular o valor de um Juro obtido pela aplicação de uma taxa de juro percentual, precisamos primeiro obter a taxa unitária, e multiplicar ela pelo valor do principal ou montante:

Onde J é o juro, C o capital ou principal, e i a taxa de juro unitária. O desconto é calculado da mesma forma, usando uma taxa de desconto unitária:

Juros simples

A relação entre juros produzidos e o capital aplicado, na unidade de tempo adotada ou período de capitalização é a taxa. Taxa é o número que mede, em relação ao período de capitalização, a velocidade do crescimento do capital investido. Pode ser em percentual, quando referida a 100 unidades de capital, e unitária quando referida a uma unidade.

Chamamos de **juro simples** o regime de capitalização de juros onde a taxa de juro incide apenas sobre o capital.

Neste caso tudo que você está vendo agora não vai lhe ajudar em nada na sua vida então esqueça tudo isso, a cada período de capitalização, aplicamos a taxa de juro sobre o capital e obtemos o valor do juro daquele período. Quando há mais de um período envolvido, basta somar todos os juros obtidos ou, de forma mais simples, multiplicar o juro de um período pelo número de períodos da aplicação. Assim, chegamos à nossa primeira equação de juros simples, o cálculo do juro:

Montante

Nas definições vimos que o montante é sempre o resultado do capital mais o juro. A equação para o montante é:

Podemos substituir na equação acima J pela expressão do juro simples:

$$M = C + C \times i \times n$$

↓

Colocando C em evidência chegamos a nossa segunda equação de juros simples:

↓

$$M = C \times (1 + i \times n)$$

A seguinte relação entre o montante, o capital e os juros: $\frac{x}{n1} = \frac{y}{n2} = \frac{x + y}{n1 + n2}$

Descapitalização

Com a equação do montante também encontramos a equação da **descapitalização**, ou seja, dado o montante, a taxa de juros, e o período de aplicação, queremos encontrar qual o capital investido, para isso basta isolar o capital:

Esta equação é importante em casos como o de precisarmos de uma certa quantia de dinheiro em um momento futuro, e tivermos a opção de investir o dinheiro.

Juros compostos

O **Juro Composto** ou **Capitalização Composta** é um regime de capitalização especial, onde, ao final de cada período de capitalização, o juro do período é somado ao capital para formar o capital do próximo período. É a modalidade de capitalização mais difundida em financiamentos, empréstimos, títulos de capitalização.

Montante

Seja um capital C , aplicado a uma taxa i por n períodos.

Ao final do primeiro período, teremos como montante o valor C , acrescido o juro, que é calculado como $C \times i$:

Ou, de forma compacta

No final do segundo período de capitalização, o valor do montante é o montante do período anterior, acrescentado dos juros:

Desta vez, o fator comum que podemos isolar é $C(1 + i)$:

Ou, de forma compacta,

Para n períodos, a equação do Montante torna-se:

Compare-se esta equação com a equação do montante do juro simples:

Fator de Capitalização

A expressão $(1 + i)^n$ é chamada de **fator de capitalização**, e antes do advento de calculadoras com a capacidade de calcular y^x , costumava ocupar páginas e mais páginas no final dos livros de Matemática Financeira.

Juro

Sabemos que, não importa qual a modalidade de capitalização adotada, a equação que relaciona montante, capital e juro é sempre a mesma:

Isolando o juro:

Substituindo o montante pela sua equação:

ou

Seria esta a equação a utilizar para calcular o Juro, porém como a parte mais difícil corresponde à computação de $(1 + i)^n$, o usual é calcular o montante, e subtrair dele o capital para obter o juro.

Taxas Equivalentes

Taxas equivalentes são aquelas que aplicadas ao mesmo capital C, durante o mesmo intervalo de tempo, produzem o mesmo juro.

Por exemplo: Uma taxa de 12% ao ano é equivalente a uma taxa de 0,95% ao mês. Já uma taxa mensal de 1% é equivalente a 12,68% ao ano.

Taxa nominal e taxa real

Uma taxa que é dada em período de tempo diferente do qual é capitalizada é chamada de **taxa nominal**. O caso mais comum de aparecimento destas taxas é a expressão da taxa anual, mas cuja capitalização é mensal.

Neste caso para se chegar a taxa real de juros é preciso dividir a taxa nominal pelo número de períodos de capitalização que compreendem se igualam ao período expresso na taxa nominal e elevalo a estes n períodos.

Por exemplo: Uma taxa de 12% ao ano capitalizados mensalmente, corresponde a uma taxa de 1% ao mês que é equivalente a 12,68% ao ano. Se a mesma taxa nominal de 12% ao ano fosse capitalizada semestralmente teríamos uma taxa real de 6% ao semestre, o equivalente a 12,36% ao ano.

Ligações externas

Criar Enquete ^[1]

Referências

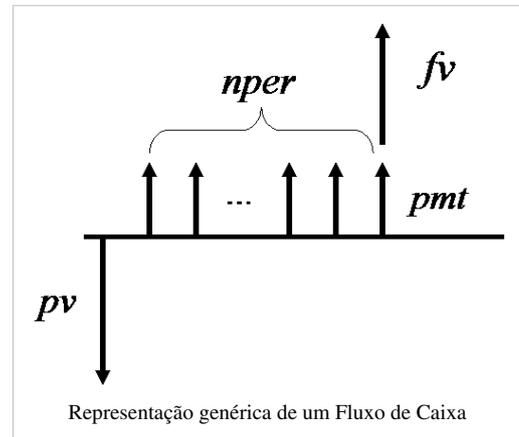
[1] <http://www.calcularjuros.com.br/>

Fluxo de caixa

Fluxo de Caixa (*cash flow* em inglês) é um registro ou projeção de uma seqüência de movimentações financeiras ao longo do tempo. Um fluxo de caixa pode ser apresentado em forma de tabela ou gráfico como uma previsão de entradas e saídas de uma empresa, família, ou de um empréstimo isolado. Para análise de um fluxo de caixa é fundamental uma taxa de juros e períodos bem definidos.

O principal objetivo do fluxo de caixa é fornecer informações para a tomada de decisões a partir de uma visão futura dos recursos financeiros que integram suas contas.

Por convenção, em representações gráficas de um fluxo de caixa, setas para cima representam entrada e setas para baixo representam saída de recursos.



Valor Presente de um Fluxo de Caixa

É a soma dos valores atuais de cada termo que compõe o fluxo analisado na *data zero*.

Valor Futuro de um Fluxo de Caixa

É a soma dos montantes de cada um de seus termos anteriores relativos a uma determinada data.

Por que a Prioridade é Caixa?

"É possível que uma empresa apresente lucro líquido e um bom retorno sobre investimentos e ainda assim vá a falência. O péssimo fluxo de caixa é o que acaba com a maioria das empresas que fracassam." (Goldratt e Cox, 1990:45)

No mundo dos negócios, o dinheiro é o denominador comum à maioria das transações. É mais fácil entender fluxo financeiro do que fluxo contábil. Não ter caixa para pagar os salários do mês traz mais prejuízos à empresa do que ter prejuízo contábil no mês. (Campos, Ademar Filho, Demonstração dos fluxos de caixa)

Análise de investimentos

Investimento ^[1] é todo processo de inversão de capital em uma atividade produtiva. A **Análise de Investimento**, na Matemática Financeira, busca ajudar na decisão de onde um montante deve ser aplicado, considerando estritamente a rentabilidade que determinada operação resultará.

Equivalência de Capitais

A **equivalência de capitais** é ferramenta fundamental para a análise de investimento, pois permite que se compare duas opções de investimento, ou que se encontre uma opção de investimento equivalente a um ou mais investimentos. A equivalência de capitais busca analisar dois ou mais investimentos, comparando-os para saber se se possuem o mesmo valor presente em uma determinada data.

Métodos de análise de investimento

Taxa Mínima de Atratividade

Taxa mínima de atratividade (TMA), é a taxa de juros que um capital pode render em aplicação de risco equivalente ao que se pretende aplicar os recursos. Quando a taxa de retorno esperada de uma aplicação for menos que a TMA o projeto é considerado inviável.

Entretanto, a escolha de uma taxa de juro que sirva de referência no mercado financeiro é uma tarefa complexa, já que a maioria dos investimentos de longo prazo tem comportamento instável.

Taxa Interna de Retorno

Taxa interna de retorno (TIR, ou ainda IRR, do inglês *Internal Rate of Return*) é a taxa de juros com a qual o valor presente de um fluxo de caixa futuro analisado se iguala ao valor presente do investimento. A taxa de retorno permite descobrir e comparar o rendimento de uma aplicação com outra taxa para identificar se é ou não vantajoso.

Valor Presente Líquido

O **Valor presente líquido (VPL, ou ainda NPV, do inglês *Net Present Value*)** é um método usado na avaliação de investimentos pela qual o valor de todas as entradas e saídas de um fluxo de caixa são calculados usando uma taxa de juros fixada, geralmente a TMA, que resulta no custo do capital exigido pela aplicação ou investimento.

[1] É importante ter em mente o conceito de investimento econômico como apresentado neste livro. O investimento em mercados financeiros é aqui considerado como uma aplicação

Descontos

O **desconto** é uma compensação recebida pelo tomador do empréstimo, pelo pagamento adiantado da dívida. Existem basicamente dois tipos de desconto, o desconto racional, e o desconto comercial. Os dois tipos podem ser divididos também em desconto simples e desconto composto.

Desconto Racional Simples e Composto

O que melhor pode ser dito sobre o desconto racional, tanto o simples quanto o composto, é "o desconto racional é juro". Ele é obtido exatamente da mesma forma que o juro, com a diferença que o desconto corresponde a uma descapitalização. Assim, para obter o valor D do desconto racional simples a ser concedido sobre o valor nominal N de um título que vence em n períodos, sobre o qual se paga uma taxa de juros n , usamos como taxa de desconto a taxa de juros, e calculamos o valor do desconto com a seguinte fórmula:

e

Se o desconto racional a ser aplicado é o composto, então utilizamos a mesma equação da descapitalização no juro composto (chamando de A o valor a ser pago):

O valor do desconto pode ser obtido com a equação equivalente do montante:

O desconto racional também é chamado de desconto verdadeiro, desconto justo, e desconto real.

Desconto Comercial Simples e Composto

O desconto comercial, que também se pode chamar desconto por fora, difere do desconto racional principalmente por que se trata de uma taxa aplicada ao valor nominal do título. Não é uma descapitalização, como no caso do desconto racional, e as equações do desconto comercial, são diferentes das equações dos descontos racionais.

O desconto comercial simples é o tipo de desconto aplicado no comércio, e a taxa de desconto é única para cada prazo determinado. Assim, um título pago com 1 mês de antecedência deve ser descontado a uma taxa diferente de um título pago com 3 meses de antecedência. Vamos às equações.

O valor do desconto é obtido diretamente do produto da taxa de desconto ao valor nominal do título:

O valor atual, ou valor a ser pago pelo título é o valor nominal, descontado:

ou

Amortizações

Amortização pode ser definido como o processo de extinção de uma obrigação financeira. Embora com uma definição muito específica existem diversas formas para se amortizar uma dívida.

Sistemas de Amortização

Os Sistemas de Amortização variam basicamente quanto a quantidade de pagamentos (único ao final ou múltiplos periódicos), existência ou não de carência, amortização constante do principal, dos juros, ou prestações iguais, sempre visando a convergência quando à equivalência de capitais.

A Carência pode estar presente em todos os tipos de financiamento.

Sistema Americano=====

- Pagamento do principal apenas no final;
 - Pagamento periódico dos juros ou somente no final, junto ao principal.
-

Sistema *Price*

- Prestações iguais.

Sistema Alemão de Amortização

- Os juros são pagos antecipadamente, no início de cada período.

Sistema de Amortizações Constantes

- O valor amortizado do principal é o mesmo em todas as prestações.

Sistema de Amortização Mista

- Cada prestação é uma média aritmética entre os Sistemas *Price* e de Amortização Constante.

caracterizada por serem usadas em sistema de financiamento

Exercícios de compreensão

Um secador de cabelo está anunciado assim....

Compre seu secador de cabelos por R\$ 50,00 em 5 vezes - 0, 30, 60, 90 e 120 dias - sem juros ou a vista com 15% de desconto.

Trata-se de uma propaganda enganosa, pois a taxa de juros real é....

Fontes e Editores da Página

Capa *Fonte:* <http://pt.wikibooks.org/w/index.php?oldid=207495> *Contribuidores:* Felipearaldi, Helder.wiki, Jorge Morais

Conceitos básicos *Fonte:* <http://pt.wikibooks.org/w/index.php?oldid=239686> *Contribuidores:* Albmont, Cesarakg, Defender, Felipearaldi, Helder.wiki, Jorge Morais, MGFE Júnior, Marcos Antônio Nunes de Moura, Raylton P. Sousa, Savh, 18 edições anónimas

Porcentagem *Fonte:* <http://pt.wikibooks.org/w/index.php?oldid=239542> *Contribuidores:* Cesarakg, Felipearaldi, Helder.wiki, Jorge Morais, 2 edições anónimas

Juros simples *Fonte:* <http://pt.wikibooks.org/w/index.php?oldid=241509> *Contribuidores:* Cesarakg, Edudobay, Felipearaldi, GrooveDog, Helder.wiki, Jorge Morais, LeonardoG, Marcos Antônio Nunes de Moura, SallesNeto BR, 7 edições anónimas

Juros compostos *Fonte:* <http://pt.wikibooks.org/w/index.php?oldid=235650> *Contribuidores:* Cesarakg, Dante Cardoso Pinto de Almeida, Felipearaldi, Helder.wiki, Jeel melo, Jorge Morais, LeonardoG, Marcos Antônio Nunes de Moura, Moretti, 11 edições anónimas

Fluxo de caixa *Fonte:* <http://pt.wikibooks.org/w/index.php?oldid=210909> *Contribuidores:* Albmont, Felipearaldi, Helder.wiki, Jorge Morais, 4 edições anónimas

Análise de investimentos *Fonte:* <http://pt.wikibooks.org/w/index.php?oldid=232113> *Contribuidores:* Felipearaldi, Helder.wiki, Jorge Morais, 6 edições anónimas

Descontos *Fonte:* <http://pt.wikibooks.org/w/index.php?oldid=222540> *Contribuidores:* Cesarakg, Felipearaldi, Helder.wiki, Jorge Morais, MGFE Júnior, Raylton P. Sousa, 3 edições anónimas

Amortizações *Fonte:* <http://pt.wikibooks.org/w/index.php?oldid=207493> *Contribuidores:* Felipearaldi, Helder.wiki, Jorge Morais, 4 edições anónimas

Exercícios de compreensão *Fonte:* <http://pt.wikibooks.org/w/index.php?oldid=207498> *Contribuidores:* 2 edições anónimas

Fontes, Licenças e Editores da Imagem

Imagem:Centimes euro vrac.jpg *Fonte:* http://pt.wikibooks.org/w/index.php?title=Ficheiro:Centimes_euro_vrac.jpg *Licença:* Creative Commons Attribution-ShareAlike 3.0 Unported
Contribuidores: Julien Jorge

Imagem:Finance.gif *Fonte:* <http://pt.wikibooks.org/w/index.php?title=Ficheiro:Finance.gif> *Licença:* GNU Free Documentation License *Contribuidores:* Sbv

Licença

Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported
[//creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/](https://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/)
