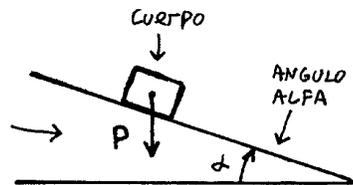


PLANO INCLINADO

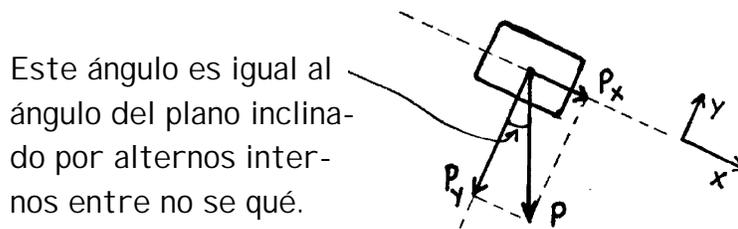
DESCOMPOSICIÓN DE LA FUERZA PESO

Suponé que tengo un cuerpo que está apoyado en un plano que está inclinado un ángulo α . La fuerza peso apunta para abajo de esta manera:



UN CUERPO APOYADO EN UN PLANO INCLINADO.

Lo que quiero hacer es descomponer la fuerza peso en 2 direcciones: una paralela al plano inclinado y otra perpendicular. Lo voy a hacer con trigonometría. Fijate:



Este ángulo es igual al ángulo del plano inclinado por alternos internos entre no se qué.

Descomposición de la fuerza peso en las direcciones X e Y

En el dibujo descompose al peso en las fuerzas "pe equis y Py" Ahora bien...

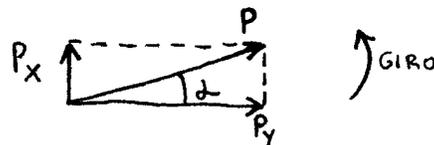
¿ Qué son P_x y P_y ?.

P_x es la componente del peso en la dirección del plano inclinado.

P_y es la componente del peso en la dirección \perp al plano inclinado.

Ahora bien, ¿ Cuánto valen P_x y P_y ? . Es decir, ¿ Cómo las calculo ?.

Bueno, si inclino el triángulo para que el asunto se entienda mejor, me queda un lindo dibujito en donde puedo calcular por trigonometría los valores de P_x y P_y .



RECORDAR

$$\text{sen } \alpha = \frac{P_x}{P} \Rightarrow$$

$$P_x = P \cdot \text{sen } \alpha$$

$$\text{cos } \alpha = \frac{P_y}{P} \Rightarrow$$

$$P_y = P \cdot \text{cos } \alpha$$

COMPONENTES DE LA FUERZA PESO

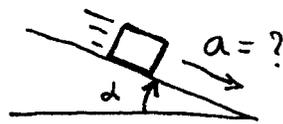
Este asunto de que las componentes del peso valen $P_x = P \cdot \sin \alpha$ y $P_y = P \cdot \cos \alpha$, o lo razonás, o te lo acordás de memoria, pero tenés que saberlo porque se usa permanentemente en los problemas de plano inclinado.

Vamos a un ejemplo a ver si me seguiste.

PROBLEMA

Calcular con qué aceleración cae un cuerpo por un plano inclinado de ángulo alfa. (No hay rozamiento).

Lo que el problema plantea es esto:



CUERPO CAYENDO
POR EL PLANÍFERO
INCLINADO.

Voy a descomponer la fuerza peso en las direcciones equis e y :

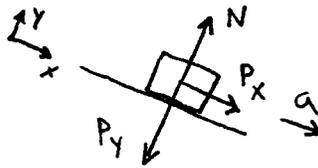


DIAGRAMA DE
CUERPO LIBRE.

Fijate que la fuerza que lo tira al tipo para abajo es P_x . Ni P_y , ni N tienen influencia sobre lo que pasa en el eje x porque apuntan en la dirección del eje y . Por eso es que se descompone a \underline{P} en una dirección paralela y en otra perpendicular al plano inclinado.

Planteo la ley de Newton para el eje x . La sumatoria de las fuerzas en el eje equis será la masa por la aceleración en el eje equis. Eso se pone :

$$\sum F_{\text{en el eje X}} = m \cdot a_{\text{en el eje X}}$$

$$\Rightarrow P_x = m \cdot a_x$$

$$\Rightarrow P \cdot \sin \alpha = m \cdot a$$

$$\Rightarrow \cancel{m} g \sin \alpha = \cancel{m} \cdot a$$

$$\Rightarrow \boxed{a = g \cdot \sin \alpha}$$

ACELERACION
DE CAIDA

Por favor recordá esta expresión porque la vas a necesitar muchas veces más adelante. Repito: Lo que calculamos es que :

LA ACELERACION QUE TIENE UN CUERPO QUE CAE POR UN PLANO INCLINADO QUE FORMA UN ANGULO ALFA VALE : $a = g \cdot \text{sen } \alpha$.
 (Esto sólo vale cuando **NO** hay rozamiento)

VER

Ahora fijate bien. Vamos a hacer un análisis de re-chupete (= chiche - bombón) de la expresión $g \cdot \text{sen } \alpha$. A ver si me seguís.

No sé si te diste cuenta de que para llegar a la expresión $a = g \cdot \text{sen } \alpha$ tuve que simplificar la masa. Eso quiere decir que la aceleración con la que el tipo cae por el plano inclinado...

¡ no depende de la masa !

¿ Cómo que no depende de la masa ?... ¿ y de qué depende ?

Rta: Depende sólo del ángulo alfa y de la aceleración de la gravedad g .

Es decir que si yo tengo una bajada que tiene un ángulo de 20 grados, todas las cosas que caigan por ahí, lo harán con la misma aceleración.

Aclaro esto porque cuando hay una calle en bajada, la gente suele pensar que al sacar el pie del freno, un auto empieza a caer más rápido que un camión.



Sin hilar fino, por la bajada de una plaza, una pelota, una bicicleta y una patineta caen con la misma aceleración. Si se las deja caer en el mismo momento, ninguno le ganará al otro. Todos van a bajar con aceleración $a = g \cdot \text{sen } \alpha$.

Pregunta: ¿ Y si en la bicicleta va un gordo de 300 kilos ?... ¿ no va a ir cayendo más despacio ?

Rta: No.

¿ Cae más rápido ?.

- No.

Eeehhhh, ... ¿ cae igual ?.

- Exactamente.

Ahora, analicemos esto otro caso : ¿ qué pasaría si alfa fuera cero ?

Bueno, según la fórmula $a = g \cdot \sin \alpha$, la aceleración daría cero. ($\sin 0^\circ = 0$).

¿ Está bien eso ?.

Rta: Sí, está bien, porque si el ángulo fuera cero, el plano sería horizontal:

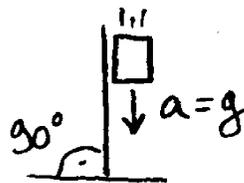


← Caso $\alpha = 0$
($\Rightarrow a = 0$).

¿ Y qué pasaría si el ángulo fuera 90° ?

Bueno, $\sin 90^\circ = 1$, de manera que $g \cdot \sin 90^\circ$ me da g . Es decir, si el ángulo fuera de 90° , el tipo caería con la aceleración de la gravedad.

Esto también está bien porque estaría en este caso:



← Situación para
 $\alpha = 90^\circ$ ($a = g$)

Este análisis de lo que pasa cuando α es igual a cero o a 90° es importante porque lo ayuda a uno a darse cuenta si se equivocó o no. Por ejemplo, si me hubiera dado $a = 10 \text{ m/s}^2$ para $\alpha = 0$, eso me estaría indicando que hice algo mal.

MÉTODO PARA RESOLVER LOS PROBLEMAS DE DINÁMICA

Los problemas de dinámica no son todos iguales. Pero en gran cantidad de ellos te van a pedir que calcules la tensión de la cuerda y la aceleración del sistema. Para ese tipo de problema hay una serie de pasos que conviene seguir.

Estos pasos son:

1 - Hago el diagrama de cuerpo libre para cada uno de los cuerpos que intervienen en el problema. Si hay un solo cuerpo, habrá un solo diagrama.

Si hay 2 cuerpos habrá 2 diagramas, etc.

2 - De acuerdo al diagrama de cuerpo libre, planteo la 2ª ley de Newton:

$$\Sigma F = m \cdot a$$

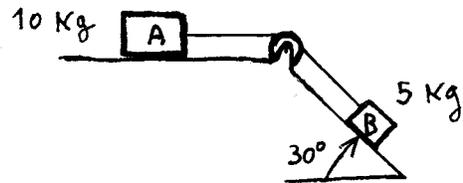
3 - Para cada diagrama de cuerpo libre voy a tener una ecuación. De la ecuación (o sistema de ecuaciones) que me queda despejo lo que me piden.

Este método para resolver problemas de dinámica sirve para cualquier tipo de problema, sea con rozamiento, sin rozamiento, plano horizontal, plano inclinado o lo que sea.

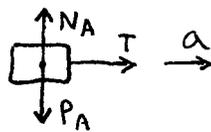
Ahora fijate cómo se usa el método en un problema.

Ejemplo :

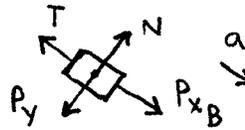
Para el sistema de la figura calcular la aceleración del sistema y la tensión en la cuerda. (No hay rozamiento).



1 - Para resolver el problema hago el diagrama de cuerpo libre para cada uno de los cuerpos que intervienen:



PARA A



PARA B

Fijate cómo puse el sentido de la aceleración. a no puede ir al revés, porque el cuerpo A no puede tirar para arriba y hacer que suba el B.

2 - Para cada diagrama planteo la ecuación de Newton:

$$\text{Para A: } T = m_A \cdot a$$

$$\text{Para B: } P_{x_B} - T = m_B \cdot a$$

3 - De las ecuaciones que me quedan voy a despejar lo que me piden.

El planteo del problema ya terminó. Lo que sigue es la parte matemática que es resolver un sistema de 2 ecuaciones con 2 incógnitas. Para resolver este sistema de 2×2 podés usar el método que quieras. (Sustitución, igualación, etc).

Sin embargo yo te recomiendo que para los problemas de dinámica uses siempre el método de suma y resta. El método consiste en sumar las ecuaciones miembro a miembro. Como la tensión siempre está con signo (+) en una de las ecuaciones y con signo (-) en la otra, se va a simplificar.

Apliquemos entonces suma y resta. Lo que tenía era esto:

$$\begin{cases} T = m_A \cdot a \\ P_{X_B} - T = m_B \cdot a \end{cases}$$

Sumo miembro a miembro las ecuaciones y me queda:

$$\begin{aligned} \cancel{T} + P_{X_B} - \cancel{T} &= m_A \cdot a + m_B \cdot a \\ \Rightarrow P_{X_B} &= (m_A + m_B) \cdot a \\ \Rightarrow m_B \cdot g \cdot \text{sen } 30 &= (m_A + m_B) \cdot a \\ \Rightarrow 5 \text{ Kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0.5 &= (10 \text{ Kg} + 5 \text{ Kg}) a \\ \Rightarrow 25 \text{ Kg} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} &= 15 \text{ Kg} \cdot a \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \boxed{a = 1,6 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} \quad \leftarrow \text{Aceleración con la que se mueve el sistema.}$$

¿ Cómo calculo la tensión en la cuerda ?.

Bueno, lo que tengo que hacer es reemplazar la aceleración que obtuve en cualquiera de las ecuaciones que tenía al principio. Por ejemplo :

$$\begin{aligned} T &= m_A \cdot a \\ \Rightarrow T &= 10 \text{ Kg} \cdot 1,6 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \\ \Rightarrow \boxed{T = 16,6 \text{ N.}} & \quad \leftarrow \text{Tensión en la cuerda.} \end{aligned}$$

Puedo verificar este resultado reemplazando a en la otra ecuación y viendo si me da lo mismo. Probemos a ver si da:

$$\begin{aligned} P_{Bx} - T &= m_B \cdot a \\ \Rightarrow T &= P_{Bx} - m_B \cdot a \end{aligned}$$

$$\Rightarrow T = P \cdot \sin 30^\circ - m_B \cdot a$$

$$T = 5 \text{ Kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0,5 - 5 \text{ Kg} \cdot 1,66 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$\rightarrow \underline{T = 16,6 \text{ N}} \quad (\text{Dió lo mismo, iupi})$$

Y ahora vamos al punto importante. Y esto sí quiero que lo veas bien. Fijate. Para resolver el problema yo planteo una serie de ecuaciones. (2 en este caso). Ahora bien, estas ecuaciones fueron planteadas **de acuerdo al diagrama de cuerpo libre**. Ese es el truco.

¿A qué voy ?.

Voy a que si los diagramas de cuerpo libre están **mal**, las ecuaciones también van a estar **mal**. (\Rightarrow **Mal el planteo del problema** \Rightarrow **NOTA: 2 (dos)**).

¿ Una fuerza de más en el diagrama ? \rightarrow Todo el problema mal.

¿ Una fuerza de menos en el diagrama ? \rightarrow Todo el problema mal.

¿ Una fuerza mal puesta en el diagrama ? \rightarrow Todo el problema mal.

¿ Una fuerza puesta al revés de como va ? \rightarrow Todo el problema mal.

Entonces, mi sugerencia para que tengas **MUY** en cuenta es :

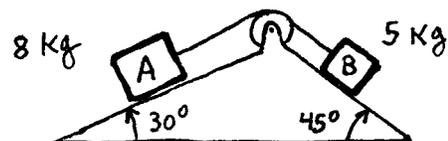
Siempre revisar los diagramas de cuerpo libre antes de empezar a resolver el sistema de ecuaciones.

\leftarrow **VER**

Otro ejemplo de plano inclinado:

(**ATENCIÓN** : Problema en dónde no se sabe para dónde va la aceleración).

Calcular la aceleración de los cuerpos y la tensión en la soga para el sistema de la figura. (No hay rozamiento).



Acá tengo un inconveniente y es que no sé si el sistema va para la derecha o para la izquierda. **A** es más pesado que **B**, pero el ángulo del plano inclinado es más chico, de manera que a ojo no se puede saber.

¿ Y ahora ?.

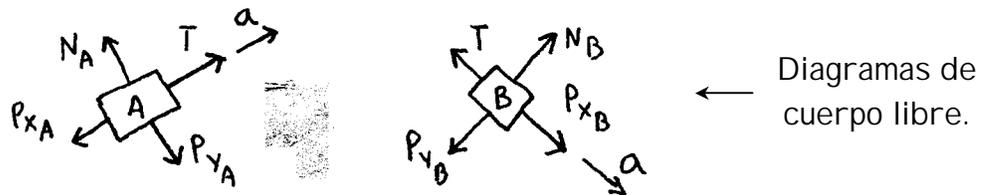
Si no se para dónde apunta la aceleración... ¿ Cómo sé que fuerzas son positivas y qué fuerzas son negativas ? . (Atenti !).

Bueno, a esto quería llegar. Fíjate. Acá hay que usar un truco. Lo que se hace en estos casos es lo siguiente: Se supone un sentido para la aceleración y se ve qué pasa. (Importante). Al final, el problema dirá si la aceleración va en ese sentido o al revés.

¿ Cómo me doy cuenta de esto ?.

Rta: Por el signo. Si dá con signo menos es que va al revés. Ahora vas a ver.

En este caso voy a suponer que el sistema va para allá \rightarrow , es decir, que el cuerpo **A** sube y el **B** baja. Los diagramas de cuerpo libre quedan así:



Las ecuaciones van a ser éstas:

$$\begin{aligned} \text{Para A:} \quad T - P_{x_A} &= m_A \cdot a \\ \text{Para B:} \quad P_{x_B} - T &= m_B \cdot a \end{aligned} \quad \leftarrow \text{ Ecuaciones}$$

Estas 2 ecuaciones forman un sistema de 2 por 2.

$$\begin{cases} T - P_A \cdot \text{sen } 30^\circ = m_A \cdot a \\ P_B \cdot \text{sen } 45 - T = m_B \cdot a \end{cases}$$

¿ Cómo resuelvo este choclazo ? RESPUESTA: sumando las ecuaciones.

$$\cancel{T} - P_A \cdot \text{sen } 30^\circ + P_B \cdot \text{sen } 45 - \cancel{T} = m_A \cdot a + m_B \cdot a$$

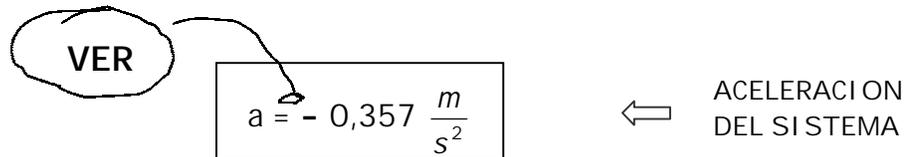
Las tensiones se simplifican porque una es positiva y la otra es negativa.

Entonces :

$$- P_A \cdot \text{sen } 30^\circ + P_B \cdot \text{sen } 45 = (m_A + m_B) \cdot a$$

Despejo a :

$$\begin{aligned} \Rightarrow a &= \frac{-P_A \cdot 0,5 + P_B \cdot 0,707}{m_A + m_B} \\ \Rightarrow a &= \frac{-8\text{Kg} \cdot 10 \text{ m/s}^2 \cdot 0,5 + 5\text{Kg} \cdot 10 \text{ m/s}^2 \cdot 0,707}{8\text{Kg} + 5\text{Kg}} \end{aligned}$$



¿ Qué pasa acá ?. La aceleración me dio negativa ! ?.

¿ Qué significa eso ?

Y, nada, quiere decir que la aceleración va **al revés** de como yo la puse.

Yo dije que iba para allá \rightarrow , pues bien, me equivoqué y va para allá \leftarrow .

(es decir, **A** baja y **B** sube).

Atento!. Este análisis de lo que pasa con el signo de la aceleración es importantel.

Pero no te asustes. Es lo que te dije antes. Si **a** te da negativa, significa que el sistema se mueve al revés de lo que uno supuso. Eso es todo.

Ahora calculo la tensión en la cuerda. Reemplazo la a que obtuve en cualquiera de las ecuaciones del principio:

$$T - P_A \cdot \text{Sen } 30^\circ = m_A \cdot a$$

Ojo, reemplazo la aceleración pero con el signo que obtuve antes. (Es decir, negativo). Entonces reemplazo a por $-0,375 \text{ m/s}^2$ y me queda :

$$\Rightarrow T = 80 \text{ N} \cdot 0,5 + 8 \text{ Kg} \cdot \left(-0,357 \frac{m}{s^2} \right)$$

$$\Rightarrow \boxed{T = 37,14 \text{ N}} \quad \leftarrow \text{Tensión en la cuerda}$$

Verifico reemplazando la aceleración en la otra ecuación:

$$P_B \cdot \text{sen } 45 - T = m_B \cdot a$$

$$\Rightarrow T = P_B \cdot 0,707 - m_B \cdot a$$

$$\Rightarrow T = 50 \text{ N} \cdot 0,707 - 5 \text{ Kg} \cdot \left(-0,357 \frac{m}{s^2} \right)$$

$$\Rightarrow T = 37,14 \text{ N} \quad (\text{Verifica})$$

Disculpame que insista sobre una cosa: Fijate en los ejemplos anteriores. Toda la solución del problema consistió en hacer los diagramas de cuerpo libre.

Una vez que los diagramas están hechos... ya está !. Ahora el planteo de las ecuaciones es fácil.

Si un problema no te sale, revisá el diagrama de cuerpo libre. Antes de entregar la hoja volvé a mirar el diagrama de cuerpo libre.

Saber dinámica es saber hacer diagramas de cuerpo libre.
Ellos lo saben y sobre eso va tomar los problemas.

Cualquier duda que tengas, fijate al principio donde empieza lo de Dinámica.
Ahí puse los diagramas de cuerpo libre más simples de todos. Los diagramas para casos más complicados son mezcla de estos más simples.

Y si no, podés consultarlos a ellos. Pero no vayas con un papelito en blanco a decirle " éste no me salió ". Porque ante la frase: " no se cómo empezar " lo primero que te va a decir el tipo es: A ver, dibujame los diagramas de cuerpo libre. Y cuando vos le digas: " no, yo la verdad es que esto de los diagramas de cuerpo libre no lo entiendo muy bien... "
¡ ALPI STE, FUI STE !.

No existe " no entender diagramas de cuerpo libre ". Si no entendés diagramas de cuerpo libre no entendés dinámica.

El diagrama de cuerpo libre es lo fundamental acá.
¿ Me seguiste ?.
Creo que fui claro, no ?