复物质空间及几何表示

Complex physical space and geometry representations

（统一场论）

苑广明

gmyuan@msn.com

二〇一二年九月十三日

本文不是数学专著，目的在于用数学理论诠释最基本物质的结构进而揭示物质世界的本质。或者说是赋予特定的数学概念相应的物理意义。所使用的数学内容在特定的条件下都被认为是物理科学的同构工具。本文认为基本物质的本质一定可以用数学逻辑语言演绎的。完整完善的数理体系扩张可以描述基本物质形态及其运动规律。当然本文并不认为数学已经发展到足以演绎全部物质世界的程度。但是数学作为发展哲学和物理学二者定性定量的合二而一的共同语言，足以演绎目前已知的和未知的基本物质世界。将数学逻辑和物理规律在表现形式上的统一，不论是在数学上，还是在物理学上，都将是极其勇敢的尝试和创新，必将开辟人类认识世界的新的里程。另外相对于整个体系，本文只能起到抛砖引玉的作用。本文对数学和物理概念的定义和公理的引用主要来自维基百科及互联网。 本文不讨论数学命题也不重复已有的物理理论。并在此表达对数学及物理学前辈最崇高的敬意。

This is not a mathematical monograph, aims to use mathematical theory to interpret the most basic material's structure and thus reveal the nature of the physical world. Or is given a specific corresponding physical significance of mathematical concepts. Use mathematical content under specific conditions are considered isomorphic tools of physical science. Believes that the basic nature of the material in this article certainly can deductive mathematical logic languages. Full complete mathematical system expansion can describe the basic physical form and movement. This of course did not believe that mathematics had developed enough to interpret all the extent of the physical world. But as both qualitative and quantitative development of philosophy and physics of two combined into one common language, enough to interpretation of basic substances currently known and unknown to the world. Mathematical logic and the laws of physics to form a unified, both in mathematics, also in physics, is going to be extremely brave to try and innovation, will humans understand the world opened up a new era. Relative to the entire system, this article can only play the role of catalyst. This article references to definitions and axioms of mathematical and physical concepts primarily from Wikipedia and the Internet. This article does not discuss mathematical propositions does not duplicate existing physical theory. Predecessors and expression in mathematics and physics the assurances of its highest consideration.

第一章 ；物质及其数理演绎

第一节；物质的概念（物质就是客观存在）

世界是物质的，物质的世界是可以被认识的。物质就是客观存在。能被感知的物质是客观存在，不能被感知的物质也是客观存在。没有能量的物质就没有有形物质空间和时间。但是物质还是存在的。要从物质的定义去理解。（物质就是客观存在）事实上有一种物质可以在能量的作用下形成有形物质。那种东西就是没有能量的物质。或者叫无形物质。

一；无形物质空间（超实数数域空间或超复数域空间）

无形的物质，没有能量，时、空、场的规定性和场、力（能）方向性。 基本粒子物质更没有被定义，但是它客观存在。没有能量的空间是由无形物质演绎的是不可观测的，也不能独立存在。但是并不妨碍我们抽象没有能量的物质空间。离开无形物质我们将无所适从。从数学概念上，它就是构成数学的基础，最基本的数 0 和 1。以及由其演绎的实数空间。由于其物质性，其真实结构为超实数空间。其对于基础真空的演绎为超复数空间。物质世界的本原基础空间就是超复数空间。

二；有形物质空间（多重复数空间）

只有能量才是有形世界的载体。能量使无形物质形成有形物质。所有的有能量的物质数的集合形成背景空间。单独的物质函数在背景空间的特有空间属性，既是这个物质存在的体现。单独的物质以其空间属性展示其物质属性。（其一可以说是时空属性）。但是物质空间是客观存在的。是由其它物质形成的。物质空间是有度规的空间，即我们的真空是由无形物质和有形物质共同构成。即物质空间是物质的一部分。

客观存在的物质空间是物质存在的场所，该空间是由所有的物质集合演绎的物质形成。所有物质形成物质存在的背景空间，我们只能在这个物质空间里去认识物质。

物质空间应该具有基本物质所拥有的全部性质：自旋，或光的极化，以及能量等等。若作平均，这些性质会彼此相抵消而得到零值，真空的“空”是以这样的概念维持着。（其中一个重要的例子是真空能量或能量的真空期望值。）

数系的集合叫做空间。也就是空间是由数的全体共同形成的。因而空间不是空的，是由物质的数填充的物质空间。数学空间本身就是数系全体的集合。即我们理解的 0 也是 1-1=0 。空间的内部充满的是 n 和-n，n 属于我们理解的空间。

当然真空也是物质的真空。真空是由物质演绎的代数空间。是物质集合的真空。在物质世界无形物质空间是不能独立存在的。但是无形物质是无处不在的。无形物质空间只是整个物质空间的一部分。有形物质的空间包括无形物质的空间。有形物质不能脱离无形物质空间存在。在数学上可以讨论但是在实际空间中是不可分割的。物质空间是客观存在的，无论采用何种数学工具都不会改变物质空间的本质。

在数学上任何复数的数都必须是实数的扩展。没有 1 和-1 就没有任何数。物质世界同理。只要逻辑的扩展实数就可以得到多重复数的形式。也就是客观存在的物质形态。

第二节；基本物质及物质空间

现在我们要讨论基本物质的数理演绎形式。

正如开篇所述：本文认为基本物质的形态是由数理逻辑决定的。完善完整的数理体系是基本物质形态的完美演绎。进一步完善数理理论也是对物理体系的完善。当然正确的数理逻

辑本身就是基本物质的科学演绎。

从一般的纯数理逻辑的观点演绎，物质世界是一个大的物质集合，（简称集合）既是数理意义的集合。

物质集合的细分：

这个集合的全集是整个物质世界。

而我们所能了解的世界是它的一个分集。

这个分集是按一定的规则演绎的是物质的群。

物质群的一个子群可以用逻辑代数的形式加以演绎，我们可以称其为代数群。

（以上不是本文的谈论范畴）

对代数结构的演绎，即是对物质空间的演绎。

物质代数群的一个子群是物质代数的环。由符合逻辑数系演绎符合逻辑的物质空间。物质空间是由物质的子群集合演绎。

数环的生成元是演绎物质空间的基本元素。（基元）

由符合代数逻辑的物质数环的子环演绎物质的数域。

数域的符合数理逻辑的演绎是物质群最小的物质单位元即生成元。

构成生成元的元素导入代数将是数系数理演绎的起点。

结合物质的客观属性反推数系的逻辑扩展规律可以展示基本物质世界的演绎规则。

数理空间的逻辑演绎是物质空间的科学写照。或者说数理逻辑是以真实物质世界的为基础形成的。

物质数的数系及其扩展具有下列意义：

第一，物质数是基本物质的符合数逻辑形式的集合，在基础物理中对数及其逻辑规则的演绎就是对物质本质的演绎。

第二，在一个物质数系内可以进行符合逻辑的运算（通常是指数的加法和乘法），这些运算满足一定的运算律。

第三，物质形态的扩展一定是数理逻辑结构的扩展。只有合乎逻辑的数理结构扩展才是客观世界的真实演绎。

第四，和数学一样物质数一定存在于相应的物质空间中。物质数系的基元代表基本的物质形态，由基元形成的整个数系形成该物质数系的空间。

第五，在物理上，运算是一种演绎，通过已知物理量的逻辑的组合，获得新的物理量。

第六，物质代数是一种逻辑关系，一元的运算规则只能演绎单一物质本身的特性。物质数系的扩展是以一元运算为基础进行的。一元转动使物质数系扩展为多重超复数物质数。

第七，只有二元运算才能演绎二个物质间的相互关系。数理逻辑说明高于二元的运算可以归结为二元的运算。也就是说物质之间函数关系的基础是数理逻辑的二元运算演绎。

第八，物质的存在是客观的，真实的和相互依存的。但是确实是由基本的数学逻辑联系在一起的。符合物质运动规则的数学逻辑演绎了完整的物质世界运动规律。

第三节；物质实数系及其数系的扩展

数作为物质的构成基础是科学进步的必然结果。尽管我们可以离开物质空间讨论数系及其高级形态，但是不可否认由物质数及其高级形态演绎的物质空间是客观存在的。两者是密不可分的。也就是说：数系的基元（单位元）是物质空间的基石，构成相应的基本结构。由基元演绎的逻辑空间是物质基元按数理逻辑充满的物质集合。

我们将从数的导出开始用数理逻辑演绎基本物质世界。

我们先数的起点：无论从集合论还是逻辑代数论分析，都是要先导出基元。

由导出代数我们知道代数结构中最小的集合 A 符合下述结构：

<*A*, •，+, '，0, 1>是布尔代数。

也就是说物质的最小集合包含：0 和 1 的物质基元，是一元的。

作为物质数我们要知道这里的 0 是物质的 0。这里的 1 是物质的 1。也就是说客观存在的物质世界都是由物质 1 和物质空集 0 演绎形成。0 也是一种物质形态。

一切物质结构最终都可以分解为布尔代数。

以布尔代数为起点的代数数理逻辑可以演绎基本物质结构。

毫无疑问物质数扩展的起点是自然数系。

然后是整数系，有理数系，实数系。

到这里要说明的是实数系只是在数理逻辑的基础上实数数作为物质数合法存在形态。实数轴上的每一个数，都可以通过 0 和 1 的运算得到，这样的单一数既没有长度也没有形状。还不能演绎物质形态。或者说实数系还只能演绎无形物质。但是实数系所演绎的物质依然是客观存在的。让我们把实数和物质的属性对接一下。

作为物质的实数必须具有最基本的物质属性。作为实数系的物质属性在数学上如下性质既是物质的表现。

实数集扩展的有序域是超实数的集合，包含无穷小和无穷大。它不是一个阿基米德域。有时候，形式元素 +∞和 −∞加入实数集，构成扩展的实数轴。它是一个紧致空间，而不是一个域，但它保留了许多实数的性质。

有了这些性质我们可以演绎物质实数的精细构造。例如：

无穷小是客观存在的物质实体。物质的平移是以无穷小和导数算符为单位的。

这里的无穷小是有具体物质范畴的。是物质的真实属性。也就是说物质世界的 0 只是一个相对的无穷小。或者说 1-1 等于无穷小，可以用 0 表示。或者说每个物质数都是周围空间的函数。就是说微积分是物质内在的性质。

也就是说物质实数是超实数。超实数是物质实数的完备空间。同时无穷小（大）的函数性质也是对物质世界多样性的演绎。

当然真实物质世界中不存在着非物质的无穷大，宇宙的尺寸、能量和质量都是有限的，当然也不存在非物质的无穷小。 一到非常小的时候性质就变了，更不用说无穷小了。但是超实数的存在揭示了无形物质的物质属性。同时也把物质属性与数学工具紧密结合在一起，为进一步描述物质世界打下坚实的基础。离开无形物质集合超实数集我们就无法认识有形世界。

所以物质世界真实的实数是物质的超实数。

下面结合实数的性质对其物质性质加以分析。为数系的全面扩展建立概念。

第一；基本运算

在实数域内，可实现的基本运算有加、减、乘、除、平方等，对非负数还可以进行开方运算。实数加、减、乘、除（除数不为零）、平方后结果还是实数。任何实数都可以开奇次方，结果仍是实数；只有非负实数才能开偶次方，其结果还是实数。

物质实数在上述运算中是封闭的不形成新的物质形态。

负数开平方则是新的物质形态。除数为 0 是微积分的运算范畴，演绎物质的不同微观属性。

第二；完备性

作为度量空间或一致空间，实数集合是一个完备空间，它有以下性质：

所有实数的柯西序列都有一个实数极限。

极限的存在是微积分的基础。实数的完备性等价于欧几里得几何的直线没有“空隙”。

正是没有“空隙”说明无形物质的不可观测性，使得物质超实数的集合还不能演绎有形物质。（基本物质）

第四节；物质数系的复数扩展

超实数空间只是演绎物质世界的原料，演绎的过程是物质数系的一元逻辑扩展。

$R^2 \cong C$ 简单的说，复数是实数的自身的二元分裂。一分为二。

复数 $z = r\,e^{i\varphi}$，表明物质数的复数是超实数的一元逻辑扩展。也就是说物质复数是客观存在的。或者说物质空间的最基本元素是复数域的。

以 $i^2=-1$ 为基础演绎的物质虚空间有着和超实数空间相同的结构。

由超实数和超虚数演绎的超复数是物质数的数域最终形态。也就是说无形物质的结构是由超复数的性质决定的。

在物质演绎层面复数的性质，是无形物质的基本性质。简单的说基本元 1 有四种物质形态即+1，-1，+i，-i。即无形物质虽然无形但是有态。有正负和虚实四种形态及其组合----复数态。

复数在物质层面是实数的自然扩展，在数理结构上复数是演绎物质空间的基本元素。

复数空间和一对实数空间演绎相同的物质结构。

复数是实数的一元扩展，是单一物质的扩展。

无论单一物质扩展到何种形态，单一基本物质的大小（模）都是恒定的可以用‖c‖或 1 表示。

第五节 ；数域的封闭性决定无形物质数系的终点

代数基本定理说明，任何一个一元复系数多项式都至少有一个复数根。也就是说，复数域是代数封闭的。

实数域的任何一个代数扩张要么与实数域同构，要么与复数域同构。

无形物质超实数的逻辑扩展只能是复数系。数系的进一步扩展只能在复数基础上进行。

复数数域的标量性质决定了复数物质代数数系域是无形物质。

要证明一个物质群是不是有形物质只要证明它不是数域。

由于数域的代数封闭性，数系的进一步扩展必将是有形物质的演绎。数环。

无形物质的模‖Z‖=1。也就是说物质是 1 的演绎。物质数系保持模数为 1 的一元分裂是基本物质的基本属性。

实数当然可以有更高级的扩展形态，但是那只是复数扩展的特例。并不是实数的自然逻辑扩展。

一个有形物质的演绎函数用复数空间表示和用二维实数空间表示没有本质区别。$C \cong R^2$

用复数表示的无形物质空间演绎无形物质的本质。复数域是无形物质的“真空”。

第二章；有形物质

第一节；有形物质的演绎逻辑

我们定义了数的物质性，知道数系的逻辑扩展既是物质的演绎规律，那么有不是物质数系的逻辑演绎的物质吗？答案是没有。所有的物质形态一定可以用数理逻辑演绎。

但是超实数系只是演绎物质世界的原料，演绎的过程是数系的逻辑扩展。由于超实数的物质属性。我们要理解数理运算的本质。

物质集作为一个代数结构必然包含符合数学公理的运算。代数结构是在一种或多种运算下封闭的一个或多个集合。如群、环、域、格等。

运算是一种行为，通过已知量的符合逻辑的组合，获得新的量。是物质本质内在的不同形式。

只接受一个物质元素输入的运算，称为一元运算。集合 S 上的一元运算就是函数 $S\rightarrow S$。

数系的扩展是一元运算。是对单一物质性质的演绎。形成的是物质基本形态。一元运算产生的数域、环、群、等是基本物质的演绎规则。

接受两个物理元素输入的运算，称为二元运算。二元运算是物质代数几何的重要研究对象。是演绎二个及以上物质形成物质高级形态的规则。

在数理逻辑上多元运算可以归结为二元运算，也就是说物质之间是以二元的形态相互关联演绎物质间的变换规律的。

所谓有形物质就是：空间是由有能量的物质及无能量的物质共同演绎的具有不平坦性的物质空间，而物质函数在这个空间上是主要的能量贡献源。和数学一样数（函数）一定属于特定的空间。

能量使空间具有不平坦性，不平坦空间中的物质一定是运动的物质，运动形成物质相应的物质形态，这种形态是可以被感知的，即有形的。

在数学上表示为实数扩展为复数再扩展为复数的复数即双复数，再扩展为双复数的复数，即三复数等等。即前一个复数的转动（能量的数学演绎）。

第二节；有形物质的数系的扩展规则（多重复数）

本文的目的是阐明物理学中物质本质与数学逻辑的统一。我们要用简明的语言解决最基本的概念的统一。所以我们还是用数系的概念对物质的物质形态加以探索。

物质数系的扩展是一元的，超越上一数系范畴的。因而物质数系的扩展逻辑是符合下述规则的。

数系的更进一步扩张是多重复数系 C_n

多重复数系 C_n 定义如下：令 C_0 为实数系。F 对每个 n>0。
令 i_n 的平方等于 -1，然后 $i_0=1$。$i_n i_{n+1}=i_{n+1} i_n=k_n$ ；$k_n^2= k_{n=1}^2=1$
即在多重复数系中 $i_n i_m = i_m i_n$ 符合（交换律）。
说明多重复数系是数系的一元扩展。即 1-形式
$C_{n+1} = \{z = x + y i_{n+1} : x, y \in C_n\}$ 。
这样 C_0 就是实数系，C_1 就是复数系，C_2 是双复数系，C_3 是三复数系，而 C_n 是 n 阶的多重复数。

每个 C_n 形成一个巴拿赫代数。

多重复数系不能和克利福德代数混淆。因为克利福德代数里-1 的平方根是反交换的（$i_n i_m + i_m i_n = 0$）。克利福德代数是数系的多元扩张，是 2-形式。

与子代数 C_k 的关系（k = 0, 1, ... n-1）：多重复数系 C_n 在 C_k 上的维数为 2^{n-k}。当 k=0 时 Cn 的维数为 2^n。

也就是说 $C_n \in C_{n-1}^2$。数系的一元扩展始终是前一多重复数空间的二维线性空间。

具体的多重复数：

$C_1 = X_1 + Y_1 i_1$ ： $X_1, Y_1 \in C_0$（R^*）这里 R 为超实数系集合。 $C_1 \in R^2$

$C_2 = X_2 + Y_2 i_2$ ： $X_2, Y_2 \in C_1$ C_2 为双重复数。$C_2 \in C_1^2$

$C_3 = X_3 + Y_3 i_3$ ： $X_3, Y_3 \in C_2$ C_3 为三重复数。$C_3 \in C_2^2$

$C_n = X_n + Y_n i_n$ ： $X_n, Y_n \in C_{n-1}$ $C_n \in C_{n-1}^2$ C_n 为多重复数。

演绎单独物质的多重复数满足 SC_n 的模等于 1。即 $\|SC_n\| = 1$。

同时我们不要忽略每一个 X 和 Y 都有无穷小的结构。并且属于不同级别的无穷小。

对区别于克利福德代数 $i_n i_m - i_m i_n$ 的交换性说明，同一物质的不同形态之间的顺序是可以交换的，而不同物质之间的代数规则是反交换的。同时也说明该规则仅适用物质数系的一元扩展。同时也展示了物质世界的简洁和优美。

第三节 ；双重复数是最简单的有形物质

双复数是拥有以下形式的多重复数：

$C_2 = w + xi + yj + zk$ $w, x, y, z \in R$ 而 $ij = ji = k$ ；$i^2 = -1$ ； $j^2 = 1$ ；$k^2 = -1$。

在双复数 $C_2 = w + xi + yj + zk$ $w, x, y, z \in R$ 中，请注意由于 $ij = k$，

所以 $C_2 = (w + xi) + (y + zi) j$ $w, x, y, z \in R$

这映射 $C_2 \to \begin{pmatrix} p & q \\ q & p \end{pmatrix}$ $p = w + xi$ $q = y + zi$。

是一个以 2x2 的复数矩阵组成的双复数的线性表示方式。

例如，$ik = i(ij) = (ii)j = -j$ 的线性表示法是

$$\begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & i \\ i & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

请注意这代数矩阵与其他代数矩阵的分别是：这代数矩阵是一个可交换的代数矩阵。

对于 $C_2 = (w + xi) + (y + zi) j$ $w, x, y, z \in R$

当 $y = z = 0$ 时 为 C_1 ，当 $x = y = z = 0$ 时 为 C_0

克利福德四元数是复数的二元扩展同构于复数并没形成新的物质形态。$i^2 = j^2 = k^2 = -1$

双复数不同构于克利福德四元数。所以它形成了物质新的形态。

新的形态是 $j^2 = 1$ 及 0 因子。

由于双复数存在零因子。已经不是数域而是数环。

所以双复数空间是有形物质空间。另外我们可以在构造空间的演绎中发现其中质的差异。

第四节； 三重复数的扩展

多重复数简单而又简洁的演绎着数系的扩展，使丰富的基本物质体系变得有章可循。那么最基本的物质单元到底是什么？让我们来看三重复数的结构。

$C_3=X_3+Y_3 i_3$ ：$X_3, Y_3 \in C_2$　$i_3^2=-1$　C_3 为三重复数。$C_3 \in C_2^2$

$X_3=w_1+x_1 i_1+y_1 i_2+z_1 j_1$　$w_1, x_1, y_1, z_1 \in R$

$Y_3=w_2+x_2 i_1+y_2 i_2+z_2 j_1$　$w_2, x_2, y_2, z_2 \in R$

$C_3= w_1+x_1 i_1+y_1 i_2+z_1 j_1 + (w_2+x_2 i_1+y_2 i_2+z_2 j_1) i_3$;

$C_3= w_1+x_1 i_1+y_1 i_2+z_1 j_1 + (w_2 i_3+x_2 i_1 i_3+y_2 i_2 i_3+ z_2 j_1 i_3)$;

以 $i_1 i_2= i_2 i_1=j_1$ ；$i_2 i_3= i_3 i_2=j_2$ ；$j_1^2= (i_1 i_2)^2=-1$ ；$(i_2 i_3)^2=j_2^2=-1$ ；$j_n^2=-1$；

对三重复数展开 $C_3= w_1+x_1 i_1+y_1 i_2+z_1 i_1 i_2+ (w_2 i_3+x_2 i_1 i_3+y_2 i_2 i_3+ z_2 i_1 i_2 i_3)$

有 $e_1^2=i_1^2= -1$，$e_3^2=i_3^2= -1$，$e_5^2 =(i_1 i_2)^2=-1$，$e_7^2=(i_2 i_3)^2=-1$。

和 $e_0^2=i_0^2=1$，$e_2^2=i_2^2=1$，$e_4^2 =(i_1 i_3)^2=1$，$e_6^2 =(i_1 i_2 i_3)^2=1$ ；替换有

$C_3= w_1 e_0+x_1 e_1+y_1 e_2+z_1 e_5+w_2 e_3+x_2 e_4 +y_2 e_7+ z_2 e_6$

有 $C_3=(w_1 e_0+y_1 e_2+x_2 e_4+ z_2 e_6) +(x_1 e_1+w_2 e_3+z_1 e_5+y_2 e_7)$。

所以三重复数可以分为两组，其基底的平方一组是-1 另一组是 1。三重复数并没有产生新的物质形态。

重要结论：物质数基底的性质说明：物质的多重复数结构为一复结构。其展开式表明为一标准辛结构。

第五节 ；多重复数空间的结构

复结构

线性代数中说明任何偶数维向量空间有一个线性复结构。从而一个偶数维流形在每点 p 总存在一个秩（1,1）张量使得 $J_p^2 = -1$（这只不过是在每个切空间的一个线性变换）。只有当这个局部张量能拼成一个整体定义的，逐点的线性复结构得出一个殆复结构，这样是惟一确定的。这样拼接的可能性，从而流形 M 上殆复结构的存在，等价于将切丛的结构群从 GL(2n, R) 约化为 GL(n, C)。这样存在性是一个纯粹的代数拓扑问题，这已被充分理解。

对每个整数 n，平坦空间 R^{2n} 有一个殆复结构。这样殆复结构的一个例子是 $(1 \leq i, j \leq 2n)$：$J_{ij} = -\delta_{i,j+1}$ 对奇数 i，$J_{ij} = \delta_{i,j-1}$ 对偶数 i。

每个复流形自身便是一个殆复结构。在局部全纯坐标 $z^\mu = x^\mu + iy^\mu$ 下，可定义映射

$$J\frac{\partial}{\partial x^\mu} = \frac{\partial}{\partial y^\mu} \qquad J\frac{\partial}{\partial y^\mu} = -\frac{\partial}{\partial x^\mu} \quad \text{或} \quad J\frac{\partial}{\partial z^\mu} = i\frac{\partial}{\partial z^\mu} \qquad J\frac{\partial}{\partial \bar{z}^\mu} = -i\frac{\partial}{\partial \bar{z}^\mu}.$$

容易验证这个映射定义了一个殆复结构。从而流形上任何复结构得出一个殆复结构，这称为由复结构所诱导，此复结构称为与该殆复结构相容。

多重复数类比的符合复变函数的理论。

根据欧拉公式对于任意数 C_n 当模 1 时，存在：　$C_n= e^{iz} = \cos x + i \sin x$,x 属于 C_{n-1} 这公式可以说明 ，函数 c^{iz} 可在多重复数平面描述一单位圆。且 x 为此平面上一条连至原点的线与正实轴的交角（顺时钟的）。先前一个在复平面的复点只能用卡式坐标系描述，欧拉公式在此提供复点至极坐标的变换。对 $C_U= z^\mu = x^\mu + iy^\mu$=re^{iz}　。

也就是说对多重复数

$C_{n+1}=\{z=x+yi_{n+1}:x,y\in C_n\}$ $X, Y_n\in C_n$ $i_{n+1}{}^2=-1$ 可以当一个复数理解。$Cn=re^{i\theta}$

$Cn=re^{i\theta}$的形式。Cn 的集合同构于$e^{i\theta}$ 这里θ为 Cn 的生成元。

多重复数演绎的向量空间其基底的平方要么是-1 要么是 1，也就是说三重以上的多重复数，要么同构于复数。要么同构于双曲数。为标准的辛结构。

多重复数是辛结构的辛向量空间。高于三重复数的数系扩展不演绎新的物质形态。只是为不同物质之间二元以上的运算提供原料。 演绎了不同基本物质在各种子空间之间的逻辑规则，进而展现出多彩的物质世界。

物质数（函数）只是单一物质形态的演绎。其集合才演绎物质空间。和数学的空间一样函数一定存在于自身的空间结构上。

第六节；标准辛空间

我们可以展开 C_n。并表示为标准的辛向量空间。

确切地说，一个辛形式是一个双线性形式 ω ：$V \times V \to R$ 满足:

斜对称：$\omega(u, v) = -\omega(v, u)$，对所有 $u, v \in V$ 成立;

非退化：如果 $\omega(u, v) = 0$ 对所有 $v \in V$ 成立，那么 $u = 0$ 。

取定一组基，ω 能表示为一个矩阵。以上两个条件表明这个矩阵必须是斜对称非奇异矩阵。。

如果 V 是有限维的那么维数必须为偶数，因为每个奇数阶斜对称矩阵的行列式为 0。

非退化斜对称双线性形式和非退化“对称”双线性形式，比如欧几里得矢量空间的内积，的表现非常不同。欧几里得内积 g，对任何非零矢量 v，均有 $g(v,v) > 0$ 成立；但是一个辛形式 ω 满足 $\omega(v,v) = 0$ 。

标准辛空间 R^{2n} 带有由一个非奇异斜对称矩阵给出的辛形式 ω。典型地，ω 写成矩阵形式表为分块矩阵

$\omega=\begin{bmatrix}0 & I_n\\ -I_n & 0\end{bmatrix}$ 这里 I_n 是 $n \times n$ 单位矩阵。用基矢量表示

$(x_1,\ldots,x_n,y_1,\ldots,y_n)$: $\omega(x_i,y_j)=-\omega(y_j,x_i)=\delta_{ij}$; $\omega(x_i,x_j)=\omega(y_i,y_j)=0.$

一个经过修改的正交化过程指出任何有限维辛矢量空间都有这样一组基，经常称为辛基底。

有另外一种方式理解标准辛形式。因上面所使用的带有标准结构的模型空间 R^n 容易导致误会，我们用一个“匿名”空间替代之。设 V 是一个 n-维实矢量空间，V^* 为其对偶空间。现在考虑直和 $W := V \oplus V^*$，带有如下形式:

$\omega(x\oplus\eta,y\oplus\xi)=\xi(x)-\eta(y).$ 、选取 V 的任何一组基（v_1, ⋯, v_n），考虑其对偶基 $(v_1^*,\ldots,v_n^*)$. 我们能将基理解成在 W 中的矢量。若记 x_i = (v_i, 0) 和 y_i = (0, v_i^*)，将它们放在一块，组成了 W 一组完整的基，$(x_1,\ldots,x_n,y_1,\ldots,y_n)$.。

这里定义的形式 ω可以证明具有本节最初的那些性质，换句话说，每一个辛结构都同构于一个形如 $V \oplus V^*$的形式。

类比复结构每一个辛结构都同构于一个形如 $V \oplus V^*$的形式，(某个矢量空间上的）每一个复结构都同构于一个形如 $V \oplus V^*$的形式。利用这些结构，一个 n-维流形的切丛，看作一个 $2n$-维流形，拥有一个殆复结构，并且一个 n-维流形余切丛，看作一个 $2n$-维流形，拥有一个辛结构：。

哈密顿向量场是辛流形上一个向量场，哈密顿向量场的积分曲线表示哈密顿形式的运动方程的解。由哈密顿向量场生成的流是辛流形的微分同胚，在物理中称为典范变换，在数学

中称为（哈密顿）辛同胚。

对 R 而言 Cn 的维数为 2^n 而 Sp(n, c)的维数为 2n，可以推出 C_2 只是和 Sp(1)同构，而 C_3 和 Sp(2)同态。所以完整的多重复数辛空间是 C_3 的。也就是说逻辑的数系扩展是以 C3 为物质形态终结的。 这也符合代数结构正交群的同伦群具有周期 8 的结论。

多重复数 Cn 是 Sp(n)辛群的子群。多重复数是辛群的李代数。并不是所有的辛结构都是物质数的扩展。只有多重复数的扩展才是客观物质世界的演绎。

第七节；凯勒流形

一个凯勒流形 是具有满足一个可积性条件的酉结构（一个 U(*n*)-结构）的流形。特别地，它是一个黎曼流形 、复流形以及辛流形，这三个结构两两相容。

这个三位一体结构对应于将酉群表示为一个交集：$U(n)=O(2n)\cap GL(n,\mathbf{C})\cap Sp(2n).$

若没有任何可积性条件，类似的概念是一个殆埃尔米特流形。如果辛结构是可积的（但复结构不要求），则这个概念是殆凯勒流形；如果复结构是可积的（但辛结构不要求），则为埃尔米特流形。

流形上不少结构，比如复结构，辛结构，或 凯勒结构，均是 *G*-结构附加一个可积性条件。没有相应的可积性条件，这些结构称为一个“殆（几乎）”结构，比如殆复结构，殆辛结构，或殆凯勒流形。

在一个殆凯勒流形上，可以将这个分解写成 $h=g+i\omega$，这里 h 是埃尔米特形式，g 是黎曼度量，i 是殆复结构，而 ω是殆辛结构。

通过凯勒流形我们可以把规范场论，广义相对论，量子力学等经典物理理论对接到一起。特别是通过哈密顿流形实现能量系统的统一表示（统一场论）。

第八节；物质多重复数的真实结构

多重物质复空间是物质空间的真实演绎，将基本物质空间及基本物质结构纳入了系统的数学范畴。本文的目的也已经达到。通过已有的数学理论我们可以完成下列工作。

第一：从多重复数扩展我们可以知道----完整的物质空间是一个多重复结构的空间。而每一层面的复数结构，让我们可以和复分析的方法对接。

第二：在这个多重复结构上有辛结构，并且同态。我们可以用辛几何对其进行处理。辛空间的两个部分是即统一又有本质差别的，系统的统一的演绎二者的本质联系，是本系统的精彩华章。

第三：在这个辛结构上有上有哈密顿结构，（拉格朗日结构）让我们可以用哈密顿的方法对接。在这个辛结构上有酉结构 U，让我们可以和标准模型对接。在这个辛结构上有黎曼结构，让我们可以和相对论对接。

第四：物质空间是客观的由物质集合构成的，空间中的各个层面都有相应的结构。给每一层空间赋予系数，我们可以得到物质空间的各种参数。进而满足相对论和量子力学需求（电导率，磁导率，普朗克常数等）。

第五：复空间的结构是物质世界的真实抽象。真实的物质世界可能更复杂，现有的数学理论可能还不全面，有待我们继续探索。

第六：以本文的观点对辛几何的数学专著进行重新编写，全面的演绎多重超复数空间，用辛流形，辛向量对物质本质进行演绎，就可以的到一本全面的复空间物理学的专著。

gmyuan@msn.com

第九节;（统一场论）的本质

第一：物质世界的演绎规则是符合几何逻辑的。我们要相信数学的法则是演绎物质世界的法宝。要深刻的理解物质世界必要先掌握数学知识，特别是辛几何。

第二：物质空间和数学空间是有区别的，后者是前者的抽象。所有物质空间一定是多重复空间及其子空间。物质数系的扩展本质是物质运动的同构。运动（能量）是物质世界演绎的源泉。

第三：要理解空间和空间函数的依存关系，并且理解真实的空间只有客观存在的空间。数学的空间是无穷维度的，但是物理空间的无穷小量是超实数的。空间是数系全体的集合，在不考虑空间中含能量物质的作用（函数）时，它是均匀的。但是在真实的物质世界是不存在的。真实的空间是均匀的空间叠加了周围物质影响的空间。

第四：空间和空间中的物质是两个概念。空间是物质的集合，而物质是空间中独立存在的个体（函数）。但是空间的独立个体（函数）会对空间均匀性形成改变。函数演绎的是一种空间中能量使独立的个体通过基底上的分量不同使其具有物质属性的。

第五：多重复数物质是物质世界运动的演绎，同一物质函数在不同的空间结构中会有不同的坐标属性，演绎出不同物质属性。同构的旋转群是基本物质的运动演绎。其极大紧致子群酉群是基本物质的载体。

第六：从物质复数的数学演绎我们知道空间，时间，能量等坐标量都是数的不同物质形态。

第七：一个物质函数在演绎空间结构时就已经同时存在于黎曼空间和酉空间之中了。完整的物质函数应统一的演绎于两者之间。实际的物质要演绎物质外部的空间也要演绎物质内部的空间。并且统一的加以演绎。比如一个费米粒子其外部空间是黎曼的而内部空间是酉的。并且其外部是电场而内部为磁场（不考虑其它物质影响）。而玻色粒子的内部空间和外部空间是重合的。比如电磁场的电场和磁场在同一空间上，也就是辛空间的 $i^2=-1$ 和 $j^2=1$ 的不同之处。

第八：以多重物质复数为基础演绎，辛群，拉格朗日群，酉群，旋转群，正交群等群的关联，就可以从电磁场一直演绎到分子结构。完成物理学大厦构建!

结论：物质世界是以超实数为基础按照多重超复数的数系扩张规律演绎着物质运动规律的。物质的最小单位就是单元数。物质空间就是多重超复数数系的集合。物质就是物质空间上的函数。

后话：本文没有发明新的数学和物理学分支学科。也不寄希望有何种建树。多年的思索形成强烈的使命情怀，不贡献给这个物质世界实在是寝食难安。（完）

gmyuan@msn.com