



مثال:

توپى در حال شوت شدن را در نظر بگیرید. هوا نیز در حال وزش است. مکان نهایی توپ در صفحه دروازه (d) تابعی از سرعت ابتدایی توپ که از سوی بازیکن اعمال می شود (v)، مقدار چرخش توپ (w)، قطر توپ (D)، چگالی سیال جاری، هوا (ρ)، ویسکوزیته یا لجزت سیال (μ)، فاصله توپ تا دروازه (l)، معادل ریاضی عبارت فوق به صورت زیر می باشد:

$$d = f(v, w, D, \rho, \mu, l)$$

همان گونه که مشاهده می شود، تابع فوق دارای 7 مجهول است که برای به دست آوردن ضابطه فوق مجبور به انجام 27 آزمایش می باشیم که هم از لحاظ زمانی و اقتصادی مقرون به صرفه نمی باشد. حال می توان با انجام محاسباتی از تعداد مجهولات کاست و در نتیجه مجبور به انجام کمتر آزمایشی خواهیم بود. در ابتدا ماتریس مجهولات را می نویسیم

d	v	w	D	ρ	μ	l	
0	0	0	0	1	1	0	M
1	1	0	1	-3	-1	1	L
0	-1	-1	0	0	-1	0	T

حال بایستی از بین ماتریس فوق بیش ترین ماتریسی که می توان یافت که دترمینان غیر صفر داشته باشد را یافت، بنابراین l, μ, ρ

را انتخاب می کنیم
رنک این ماتریس 3 می باشد

$$\text{Rank}(A) = 3$$

$$p = n - r = 7 - 3 = 4$$

فرم کلی معادله کاهش یافته به فرم زیر خواهد بود

$$\pi_1 = g(\pi_2, \pi_3, \pi_4=p)$$

حال بایستی π_i را تشکیل دهیم.

در ابتدا π_1 را تشکیل می دهیم

$$\pi_1 = \frac{d}{\rho^\alpha \mu^\beta l^\gamma} = 1 = M^0 L^0 T^0$$

$$\pi_1 = \frac{L}{(ML^{-3})^\alpha (ML^{-1}T^{-1})^\beta (L)^\gamma} = 1 = M^0 L^0 T^0$$

$$\begin{cases} 1 + 3\alpha + \beta - \gamma = 0 \rightarrow \gamma = 1 \\ \beta = 0 \\ -\alpha - \beta = 0 \rightarrow \alpha = 0 \end{cases}$$

.....

$$\pi_2 = \frac{v}{\rho^\alpha \mu^\beta l^\gamma} = 1 = M^0 L^0 T^0$$

$$\pi_2 = \frac{LT^{-1}}{(ML^{-3})^\alpha (ML^{-1}T^{-1})^\beta (L)^\gamma} = 1 = M^0 L^0 T^0$$

$$\begin{cases} 1 + 3\alpha + \beta - \gamma = 0 \rightarrow \gamma = -1 \\ -1 + \beta = 0 \rightarrow \beta = 1 \\ -\alpha - \beta = 1 \rightarrow \alpha = -1 \end{cases}$$

.....

$$\pi_3 = \frac{w}{\rho^\alpha \mu^\beta l^\gamma} = 1 = M^0 L^0 T^0$$

$$\pi_3 = \frac{T^{-1}}{(ML^{-3})^\alpha (ML^{-1}T^{-1})^\beta (L)^\gamma} = 1 = M^0 L^0 T^0$$

$$\begin{cases} 3\alpha + \beta - \gamma = 0 \rightarrow \gamma = -2 \\ \beta = 1 \\ -\alpha - \beta = 0 \rightarrow \alpha = -1 \end{cases}$$

.....

$$\pi_4 = \frac{D}{\rho^\alpha \mu^\beta l^\gamma} = 1 = M^0 L^0 T^0$$

$$\pi_4 = \frac{L}{(ML^{-3})^\alpha (ML^{-1}T^{-1})^\beta (L)^\gamma} = 1 = M^0 L^0 T^0$$

$$\begin{cases} 1 + 3\alpha + \beta - \gamma = 0 \rightarrow \gamma = 1 \\ \beta = 0 \\ -\alpha - \beta = 0 \rightarrow \alpha = 0 \end{cases}$$

.....

$$\frac{d}{l} = h\left(\frac{v\rho l}{\mu}, \frac{w\rho l}{\mu}, \frac{D}{l}\right)$$

ضابطه تعمیم یافته: $\frac{d}{l} = h\left(\frac{v\rho l}{\mu}, \frac{w\rho l}{\mu}, \frac{D}{l}\right)$
حال دیگر مجهولات نیز از همین طریق به دست خواهند آمد. همان گونه که مشاهده می شود، برای به دست آوردن ضابطه دقیق رابطه فوق تنها به 2^4 آزمایش نیاز داریم که نسبت به فرمول 2 آزمایش اولیه بسیار مقرون به صرفه تر و اقتصادی خواهد بود.