

III. *Epistola* missa ad *prænobilem virum D. Carolum Mountague Armigerum, Scaccarii Regii apud Anglos Cancellarium, & Societatis Regiæ Præsidem, in qua solvuntur duo problemata Mathematica à Johanne Bernoullio Mathematico celeberrimo proposita.*

Jan. 30. 1697.

A Ccepi, Vir amplissime, hesterno die duo Problematum à *Joanne Bernoullio* Mathematicorum acutissimo propositorum exemplaria, Groningæ edita in hæc verba.

**Acutissimis qui toto Orbe florent Mathematicis,
S. P. D.**

Joannes Bernoulli Math. P. P.

Cum compertum habeamus vix quicquam esse quod magis excitet generosa ingenia ad moliendum quod conducit augendis scientiis, quam difficultium pariter & utilium quæstionum propositionem, quarum enodatione tanquam singulari si qua aliâ via ad nominis claritatem perveniant sibi que apud posteritatem æterna extruant monumenta; Sic me nihil gratius Orbi Mathematico facturum speravi quam si imitando exemplum tantorum Virorum *Mersenni, Pascalii, Fermatii*, præsertim recentis illius *Anonymi Ænigmatistæ Florentini* aliorumque qui idem ante me fecerunt, præstantissimis hujus ævi *Analystis* proponerem aliquod problema, quo quasi *Lapide Lydio* suas methodos examinare, vires intendere & si quid invenirent nobiscum communicare possent, ut
quisque

quisque suas exinde promeritas laudes à nobis publicè id profitentibus consequeretur.

Factum autem illud est ante semestre in Actis Lipf. m. Jun. pag. 269. Ubi tale problema proposui cujus utilitatem cum jucunditate conjunctam videbant omnes qui cum successu ei se applicabunt. Sex mensium spatium à prima publicationis die Geometris concessum est, intra quod si nulla solutio prodiret in lucem, me meam exhibiturum promisi : Sed ecce elapsus est terminus & nihil solutionis comparuit ; nisi quod Celeb. Leibnitijs de profundiore Geometriâ præclare meritis me per literas certiore fecerit, se jam feliciter dissolvissse nodum pulcherrimi hujus uti vocabat & inauditi antea problematis, insimulque humaniter rogavit, ut præstitutum limitem ad proximum pascha extendi paterer, quo interea apud Gallos Italosque idem illud publicari posset nullusque adeo superesset locus ulli de angustia termini quærelæ ; Quam honestam petitionem non solum indulsi, sed ipse hanc prorogationem promulgare decrevi, visurus num qui sint qui nobilem hanc & arduam quæstionem aggressuri, post longum temporis intervallum tandem Enodationis compotes fierent. Illorum interim in gratiam ad quorum manus Acta Lipsiensia non perveniunt, propositionem hîc repeto.

Problema Mechanico-Geometricum de Linea Celerrimi descensus.

Determinare lineam curvam data duo puncta in diversis ab horizonte distantis & non in eadem rectâ verticali posita connectentem, super qua mobile propriâ gravitate decurrens & à superiori puncto moveri incipiens citissime descendat ad punctum inferius.

Sensus

Sensus problematis hic est, ex infinitis lineis quæ duo illa data puncta conjungunt, vel ab uno ad alterum duci possunt eligatur illa, juxta quam si incurvetur lamina tubi canalifve formam habens, ut ipsi impositus globulus & liberè dimissus iter suum ab uno puncto ad alterum emetiatur tempore brevissimo.

Ut vero omnem ambiguitatis ansam precaveamus, scire B. L. volumus, nos hinc admittere Galilæi hypothesein de cujus veritate sepositâ resistantia jam nemo est saniorum Geometrarum qui ambigat, *Velocitates scilicet acquisitas gravium cadentium esse in subduplicata ratione altitudinum emensarum*, quanquam aliàs nostra solvendi methodus universaliter ad quamvis aliam hypothesein sese extendat.

Cum itaque nihil obscuritatis superfit, obnixè rogamus omnes & singulos hujusævi Geometras, accingant se promptè, tentent, discutiant quicquid in extremo suarum methodorum recessu absconditum tenent; Rapiat qui potest præmium quod Solutori paravimus, non quidem auri non argenti summam quo abjecta tantum & mercenaria conducuntur ingenia, à quibus ut nihil laudabile sic nihil quod scientiis fructuosum expectamus, sed cum virtus sibi ipsi sit merces pulcherrima, atque gloria immensum habeat calcar, offerimus præmium quale convenit ingenui sanguinis Viro, confertum ex honore, laude & plausu, quibus magni nostri Apollinis perspicacitatem publicè & privatim, scriptis & dictis coronabimus, condecorabimus & celebrabimus.

Quod si verò festum paschatis præterierit nemine deprehenso qui quæsitum nostrum solverit, nos quæ ipsi invenimus publico non invidemus; Incomparabilis enim Leibnitius solutiones tum suam tum nostram ipsi jam pridem commissam protinus ut spero in lucem emittet, quas si Geometræ ex penitiori quodam fonte petitas perspexerint, nulli dubitamus quin angustos vul-
garis

garis Geometriæ limites agnoscant, nostraque proin inventa tanto pluris faciant, quanto pauciores eximiam nostram quæstionem soluturi extiterint etiam inter illos ipsos qui per singulares quas tanto pluris faciant, quanto pauciores eximiam nostram quæstionem soluturi extiterint etiam inter illos ipsos qui per singulares quas tantopere commendant methodos, interioris Geometriæ latibula non solum intimè penetrâsse, sed etiam ejus pomœria Theorematis suis aureis, nemini ut putabant cognitis, ab aliis tamen jam longè priùs editis mirum in modum extendisse gloriantur.

*Problema alterum purè Geometricum, quod priori subnectimus & strenæ loco Eru-
ditis proponimus.*

Ab Euclidis tempore vel Tyronibus notum est; Ductam utcunque à puncto dato rectam lineam, à circuli peripheriâ ita secari ut rectangulum duorum segmentorum inter punctum datum & utramque peripheriæ partem interceptorum sit eidem constanti perpetuo æquale. Primus ego ostendi in eod, Aëtor. Jun. pag. 265. hanc proprietatem infinitis aliis curvis convenire, illamque adeo circulo non esse essentialem: Arrepta hinc occasione, proposui Geometris determinandam curvam vel curvas, in quibus non rectangulum sed solidum sub uno & quadrato alterius segmentorum æquetur semper eidem; sed à nemine hæctenus solvendi modus prodiit; exhibebimus eum quandocunque desiderabitur: Quoniam autem non nisi per curvas transcendentes quæsito satisfacimus, en aliud cujus solutio per merè algebricas in nostra est potestate.

Quæritur

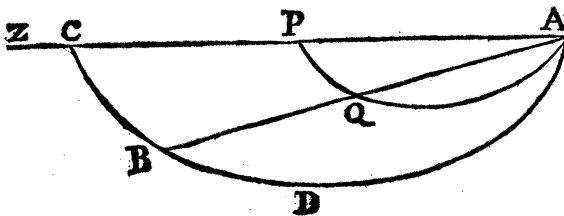
*Quæritur Curva, ejus proprietatis, ut duo illa segmen-
ta ad quamcunque potentiam datam elevata & simul
sumta faciant ubique unameandemque summam.*

Calum simplicissimum existente sc. numero poten-
tiæ 1. ibidem in actis pag. 266. jam solutum dedimus,
generalem verò solutionem quam etiamnum premimus,
Analyftis eruendam relinquimus.

Dabam Groningæ ipsis Cal. Jan. 1697.

Haftenus Bernoullus. Problematum verò solutiones
sunt hujusmodi.

Probl. I.



A Investiganda est curva
Linea A D B in qua
grave à dato quovis
puncto A ad datum
quodvis punctum B vi
gravitatis suæ citissimè
descendet.

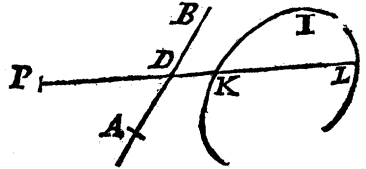
Solutio.

A dato puncto A ducatur recta infinita A P C Z hori-
zonti parallela & super eadem recta describatur tum
Cyclois quæcunque A Q P rectæ A B (ductæ & si opus
est productæ) occurrens in puncto Q, tum Cyclois alia
A B C cujus basis & altitudo sit ad prioris basem & alti-
tudinem respectivè ut A B ad A Q. Et hæc Cyclois
novissima transibit per punctum B & erit Curva illa li-
nea in qua grave à puncto A ad punctum B vi gra-
vitatæ suæ citissime perveniet. Q E I.

Prob.

Probl. II.

Problema alterum, si recte intellexi, (nam quæ in Acti^s Lips. ab Auctore citantur ad id spectantia nondum vidi) sic proponi potest. Quæritur Curva K I L ea lege ut si recta P K L à dato quodam puncto P, ceu Polo utcunque ducatur, & eidem Curvæ in punctis duobus K & L occurrat, potestates duorum ejus segmentorum P K & P L à dato illo puncto P ad occurfus illos ductorum, si sint æque altæ (id est vel quadrata, vel cubi vel quadrato-quadrata &c.) datam summam $PK^q + PL^q$ vel $PK^{cub} + PL^{cub}$, &c. (in omni recte illius positione)ificent.

**Solutio.**

Per datum quodvis punctum A ducatur recta quævis infinita positione data A D B recte mobili P K L occurrens in D, & nominentur AD x & PR vel PL y , sintque Q & R quantitates ex quantitatibus quibuscunque datis & quantitate x quomodocunque constantes & relatio inter x & y definiatur per hanc æquationem $YY + QY + R = 0$. Et si R sit quantitas data, Rectangulum sub segmentis P K & P L dabitur. Si Q sit quantitas data summa segmentorum illorum (sub signis propriis conjunctorum) dabitur. Si $QQ - 2R$ datur, summa quadratorum ($PK^q + PL^q$) dabitur. Si $Q^3 - 3QR$ data sit quantitas, summa cuborum ($PK^{cub} + PL^{cub}$) dabitur. Si $Q^4 - 4QQR + 2RR$ data sit quantitas, summa quadrato-quadratorum ($PK^{qq} + PL^{qq}$) dabitur. Et sic deinceps in infinitum. Efficiatur itaque ut R, Q, $QQ - 2R$, $Q^3 - 3QR$, &c. datæ sint quantitates & problema solvetur. Q E. F.

Ad eundem modum Curvæ inveniri possunt quæ tria vel plura abscindunt segmenta similes proprietates habentia. Sic æquatio $Y^3 + Qyy + Ry + S = 0$ ubi Q, R & S quantitates significant ex quantitatibus quibuscunque datis & quantitate x utcunque constantes; & Curva abscindet segmenta tria. Et si S data sit quantitas contentum solidum illorum trium dabitur. Si Q sit quantitas data, summa trium illorum dabitur. Si $QQ - 2R$ sit data quantitas, summa quadratorum ex tribus illis dabitur. M m m IV.