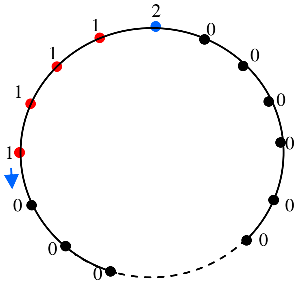
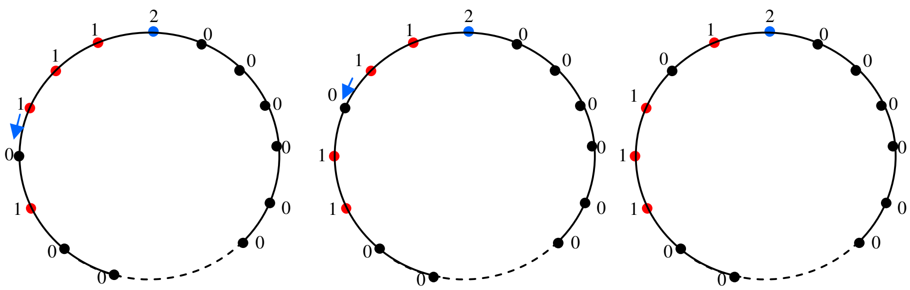
Ata A. Uslu ve Hamdi G. Ozmenekse [Ocak 11, 2012]

Teorem: 1 tane özdeş mavi, 4 tane özdeş kırmızı ve n tane özdeş siyah boncuklar ile yapılacak bilekliklerin sayısı $F(1,4,n)$ ise

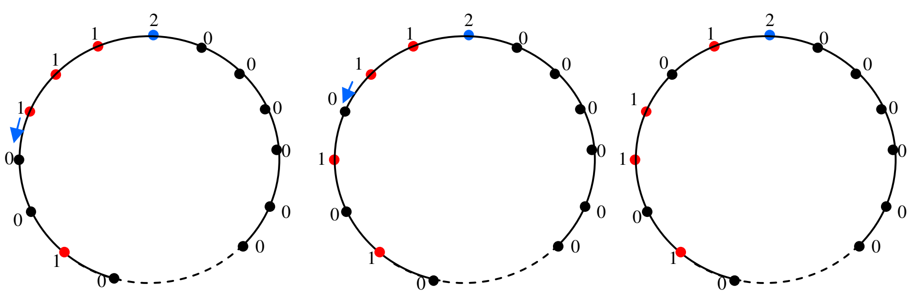
$$F(1,4,n) = \frac{n.(n+1).(n+2)}{6} + F(1,2,n) + F(1,4,n-2)$$ dir.

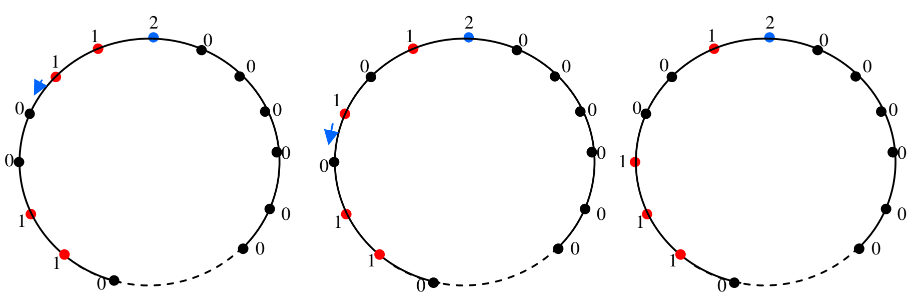


1 durum. Başlangıçtaki 1'i hareket ettirip arkadan gelen 1'leri yanına çekerek genel durumu oluşturmaya çalışalım.



$1+\{1+1\}=3$ tane durum vardır.



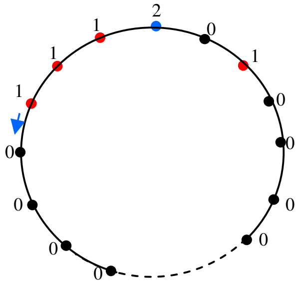


$1+\{1+1\}+\{1+2\}=6$

Tane durum vardır.

Benzer olarak 1'in 3 birimlik hareketine karşı $1+\{1+1\}+\{1+2\}+\{1+3\}=10$ tane durum vardır.

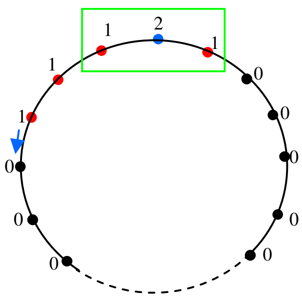
Benzer olarak devam edilirse;



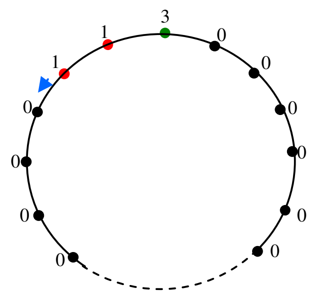
$1+\{1+1\}+\{1+2\}+\{1+3\}+..+\{1+(n-1)\}=\dfrac{n.(n+1)}{2}$ tane durum vardır.

Elde ettiğimiz bütün durumların toplamını:

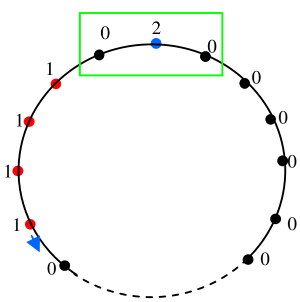
$$\sum_{k=1}^{n}\frac{k.(k+1)}{2}=\frac{1}{2}\sum_{k=1}^{n}(k^2+k)=\frac{1}{2}\left(\frac{n.(n+1)(2n+1)}{6}+\frac{n.(n+1)}{2}\right)=\frac{n.(n+1).(n+2)}{6}$$



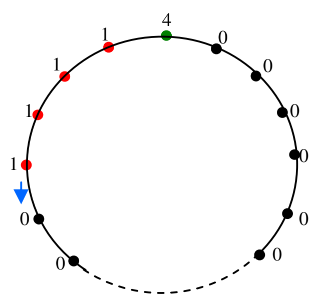
$(121)\rightarrow 3$ ile gösterirsek



$F(1,2,n)$ tane durum vardır.



$(020)\rightarrow 4$ ile gösterirsek



$F(1,4,n-2)$ durum oluşur.

Oluşacak toplam durum sayısı:

$F(1,4,n)=\dfrac{n.(n+1).(n+2)}{6}+F(1,2,n)+F(1,4,n-2)$ ile ifade edebiliriz.