Existen un sin número de conjeturas que involucran a los números primos, son muchas las que podríamos citar, sin embargo, en vez de citar las existentes, hemos querido exponer la nuestra, la cual consideramos verdadera (común de nominador en todas las conjeturas), pero en matemáticas considerar verdadera una conjetura no es demostrarla, por lo que no debemos cometer el error de pensar que es cierta hasta no haberla demostrado.

Como nuestra conjetura no es más que una generalización del ya mencionado postulado de Bertrand (tanto la versión fuerte como la débil), que mejor nombre que el de Conjetura Generalizada del Postulado de Bertrand para denominarlo.

Conjetura Generalizada del Postulado de Bertrand

Sea (m, x) números enteros mayores 0, se cumple entonces que:

$2m < p1 < m(x + 2) < p2 < 2m(x + 1)$

Donde:

P1 y p2 son números primos, tales que:

$P1 + p2 = 2m(x + 1) + 2m$

Si sustituimos a x por 1, notaremos que nuestra conjetura se convierte en la versión débil del postulado de Bertrand, esto es:

$2m < 3m < 4m$

Por dicho postulado sabemos que existe por lo menos un número primo entre 2m y 4m, pero eso no convierte en verdadera nuestra conjetura ya que para que la misma sea verdadera deben existir dos primos tales que: $2m < p1 \leq 3m$ y $3m \leq p2 < 4m$. En otras palabras lo que hemos conjeturado es que existen por lo menos dos números primos entre 2m y 4m.

La versión mas fuerte del postulado de Bertrand afirma que existe por lo menos un número primo entre n y 2n – 2, veamos lo que sucede con la conjetura generalizada cuando sustituimos a m por 1.

$2m < p1 < m(x + 2) < p2 < 2m(x + 1)$

Haciendo m =1, tenemos:

$2 < p1 < (x + 2) < p2 < 2(x + 1)$

$2(x + 1) = 2x + 2$

$2x + 2 = 2(x + 2) – 2$, sustituyendo este valor en la conjetura original, tenemos:

$2 < p1 < (x + 2) < p2 < 2(x + 2) – 2$

Haciendo x + 2 igual a n, nos queda:

$2 < p1 < n < p2 < 2n – 2$

Donde claramente podemos notar la presencia de la versión fuerte del postulado de Bertrand.

Para este último caso en particular, se hace casi evidente la veracidad de nuestra conjetura, y no se requiere de mucho esfuerzo demostrar que es verdadera para este individual.

Según lo que hemos expuesto, para números pares, deben existir por lo menos dos números primos entre n y 2n, observemos algunos ejemplos:

(8,16)

Por el postulado de Bertrand, sabemos que existe por lo menos un primo entre 8 y 16, mas la conjetura generalizada afirma que existen dos, por lo que debe existir un primo entre 8 y (8 + 16)/2 y un segundo primo entre (8 + 16)/2 y 16.

$(8 +16)/2 = 12$

8 9 10 11 12

12 13 14 15 16

Efectivamente podemos notar la existencia de dos primos, tal cual lo afirma la conjetura generalizada. Ojo, ojo, esto no demuestra la veracidad de la conjetura, sólo ha sido un ejemplo (bastante sencillo por cierto) para poder ilustrar mejor lo que se ha dicho.

Haciendo m = 1 y para valores de x > 1, tenemos:

2 3 4 5 6
2 3 4 5 6 7 8
2 3 4 5 6 7 8 9 10

Haciendo m = 2 y para valores de x > 0, tenemos:

4 5 6 7 8
4 5 6 7 8 9 10 11 12
4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16
4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 16 17 18 19 20

Haciendo m = 3 y para valores de x > 0, tenemos:

6 7 8 9 10 11 12
6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18
6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24
6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30

Haciendo m = 4 y para valores de x > 0, tenemos:

8 9 10 11 12 13 14 15 16
8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24
8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32

En los ejemplos podemos observar que cuando m = 1, entonces x tiene que ser mayor que 1, puesto que sólo tendríamos un número primo entre 2m y 2m(x + 1).

2 3 4

Este es un caso particular de la conjetura generalizada del postulado de Bertrand.