II. *A Letter of Dr* Wallis *to Min Heer* Leibnitz *at* Hannover, *concerning some easy Methods of his, for the measuring of Curve-lined Figures, Plain and Solid.*

Celeberrimo Nobilissimoq; Viro, D. Godefredo Guilielmo Leibnitio, Hannoveræ.

Oxoniæ, Martii 29. 1700.

Literas Tuas (Vir Celeberrime) Nov. 28. ad me datas, accepi non ita pridem: Quibus quod non prius responderim, Te veniam oro.

Tua *Novissima Sinica* quod spectat, atq; rem eam quam tu illic agis; haud incommodum fore judico, si istius Libri plura Exemplaria, Bibliopolæ vestri, ad nostros mercatum mittant: Dignus utiq; est Liber ille qui pluribus innotescat. Unum illud Exemplar quod ad me mittere dignatus sis, est forte Unicum quod in Angliam appulit, &c. [*Quæ sequebantur, alio spectabant.*]

Interim, ne nihil sit, quod rem Mathematicam spectet; libet hæc pauca subjicere.

Meminisse forsan poterit Vir Celeberrimus; quod, in Epistola quadam mea ad Te data 30 Julii 1697, (quæ ex eo tempore, est, cum aliis, typis edita, in Operum meorum Mathematicorum volumine Tertio) inter alias ibidem memoratas meas methodos (quibus in Tetragonismis utor) occurrunt hæ Duæ; quarum alteram appello methodum *Convolutionis & Evolutionis*; alteram, methodum *Complicationis & Explicationis*. Quarum ope ostendo (tum aliarum Figurarum, tum specia-

 tim)

tim) *Cycloidis* dimetiendæ, Quis ſit modus omnium Simpliciſſimus. (Quod non repeto.)

Simili Artificio colligetur, tota *Sphæræ* cum *Cylindro* Collatio: Quod ſibi monumentum fecit Archimedes.

Quippe ſi (Fig. 1.) ad Baſin *P* (Peripheriæ Circuli æqualem) Sumatur Altitudo *R* (æqualis Radio) fiet Parallelogrammum Rectangulum $= RP$. Quod ex minutis Parallelogrammis æque altis, numero infinitis, (juxta receptam methodum Indiviſibilium) conflatum intelligatur. Quorum ſi omnium Vertices, intelligantur, in unicum punctum contrahi Fig. 2. Quo, ex illis minutis Parallelogrammis, totidem fiant Triangula, ſuper eiſdem Baſibus æque-alta; ſingula ſingularum, adeoq; omnia omnium, dimidia; (curvata Baſi in Circuli Peripheriam:) Fiet Circulus (centro *C*, radio *R*,) Parallelogrammi Dimidius $= \frac{1}{2}RP$.

Quæ eſt, ipſa *Archimedis* Dimenſio circuli: Æqualis utiq; Triangulo Rectangulo, cujus Laterum (Circa Angulum Rectum) æquatur alterum Peripheriæ, alterum Radio, expoſiti Circuli. Quippe $\frac{1}{2}R$ (ſemi-altitudo Trianguli) in *P* (Baſin) ducta, exhibet Magnitudinem iſtius Trianguli $= \frac{1}{2} RP$, circulo æqualem.

(Idemq; accommodabitur Sectori Circulari: ſumpto Arcu *A* pro P Peripheria.)

Porro; ſi, (fig. 3.) ad illud Parallelogrammum $=RP$, (ut Baſem) ſumatur itidem (in ordine ad Hemiſphærium) Altitudo *R*; Fiet Parallelepipedum $= RRP$. Quod pariter, ex minutis Parallelepipedis æque-altis, numero infinitis, conflatum intelligatur (minutis areolis iſtius Plani inſiſtentibus; quorum omnium communis altitudo ſit *R*; & Baſium Aggregatum $= RP$. Quodſi Parallelogrammum hoc (manente magnitudine $= RP$,) intelligatur, in curvam ſuperficiem cylindricam curvari (cujus Baſis ſit *P*, jam in Peripheriam circuli convoluta, Altitudo *R*:) Quo minuta illa Pa-

Parallelepipeda in totidem Cuneos, seu Prismata: basium triangularium, (Parallelepipedorum, singula singulorum, adeoq; omnia omnium, sub-dupla) redigantur; Acies seu Vertices habentia totidem C puncta (seu lineolas minutas) in Axe Cylindri constituta, eunq; complentia: Fiet Cylindrus (Parallelepipedi Dimidius) $= \frac{1}{2} RRP$.

Vel (in ordine ad Sphæram integram) si sumatur, utrinq;, Altitudo R, (ut sit tota Altitudo $D = 2R$;) Fiet (convolutione pariter facta,) Cylindrus (ut prius) ex Cuneis seu Prismatibus numero infinitis (Vertices seu Acies habentibus in Axe Cylindri:) $= RRP = \frac{1}{2} RP x 2R$) æqualis Facto ex $\frac{1}{2} RP$ (circulari Base) in Altitudinem $2R$: seu (quod tantundem est) $= \frac{1}{2} R x 2RP$, æqualis Facto ex $\frac{1}{2} R$ (semisse communis Altitudinis Cuneorum) in (Basium aggregatum) $2RP$.

Quod quidem Basium Aggregatum, est, ipsa Cylindrica superficies Curva $= P\ x 2\ R$ (æqualis Facto ex Basis Circularis Peripheria P in Altitudinem $2R$ ducta:) seu $\frac{1}{2} RP x 4$, (æqualis Quatuor Circulis in Sphæra maximis:) Quibus si accenseantur, oppositæ duæ Bases Circulares; Fiet Cylindri (Sphæræ circumscripti) tota superficies, æqualis sex circulis Maximis, $= \frac{1}{2} RP x 6 = 3 RP$. Et Cylindri Magnitudo, $= RRP = \frac{1}{2} RP x 2R$, æqualis Facto ex Base Circulari $\frac{1}{2} RP$ in Altitudinem $2R$ ducta: ut prius.

Quod si porro, Cuneorum horum omnium Vertices (Cylindri Axem Complentes) intelligantur in unum punctum contrahi: quo Cunei illi, ceu Prismata, jam fiant todidem Pyramides, super eisdem Basibus æquealtæ; singulæ singularum, adeoq; omnes omnium, subsesqui tertiæ, seu ut $\frac{1}{3}$ ad $\frac{1}{2}$; & superficies, prius Curva Cylindrica, jam fiat Sphærica propter ejus omnia puncta æqualiter a Centro remota;) manente quod prius erat Basium Aggregato $= 2RP$, quatuor Circulis Maximis

 æquali:)

quali :) Habebitur, tum tota Sphæræ superficies $=2RP$ $=\frac{1}{2}RP\times4$ (æqualis quatuor circulis maximis; & quidem toti Curvæ Cylindricæ æqualis, & partes partibus respective æquales, easdem Axis partes respicientibus ;) tum Sphæræ magnitudo $=\frac{2}{3}RRP=\frac{1}{3}RP\times2RP$; æquales Facto ex $\frac{1}{3}R$ (triente communis Altitudinis Pyramidum omnium) in $2RP$ (Basium Aggregatum, jam factam superficiem Sphæricam,) ducto.

Est itaq; Cylindri Sphæræ circumscripti, tum Superficies tum magnitudo, ad Superficiem & magnitudinem, (Inscriptæ Sphæræ ;) sesquialtera, seu ut 3 ad 2. (Illic quidem, ut sex Circuli maximi $=3RP$, ad quatuor Circulos maximos $=2RP$: Hic vero ut RRP ad $\frac{2}{3}RRP$.) Quod est illud ipsum Archimedis Inventum celebre.

Idem paulo brevius haberetur ; si, in Parallelepipedo illo (super plana Base $2RP$ cum Altitudine R) ex minutis Parallelepedis conflato ; Horum omnium Vertices, immediate, censeantur in unicum C) punctum comprimi. Quo, manente ut prius Basium Aggregato $=2RP$, Parallelepepida illa, in totidem Pyramides, redigantur ; Vertices habentes ad Sphæræ Centrum coeuntes ; cujus Radius R, (communis Pyramidum omnium Altitudo ;) & Sphærica superficies, Basium omnium Aggregatum. Quippe $\frac{1}{3}R$ (triens communis Altitudinis) in $2RP$ (Basium Aggregatum) exhibet Sphæræ magnitudinem (ut prius) $\frac{2}{3}RRP$; & Sphæræ superficiem $=2RP$.

Potestq; hoc itidem Sectori Sphærico accommodari. Ducto $\frac{1}{3}R$ (triente communis Altitudinis Pyramidum inibi omnium) in Portionem sphæricæ superficiei plano abscissam : Quæ est, ad totam superficiem Sphæricam, ut est Diametri (seu Axis) pars Abscissa ad totam Diametrum ; ut supra ostensum est.

Hæc pauca subjunxisse visum est ; Quæ quamvis non novam exhibeant Doctrinam antehac incognitam ; Constructio tamen, haud inelegans, Tibi (credo) non displicebit.

Cujus

Cujus quidem Proceſſus totius ratio, his ſaltem Principiis nititur; Nempe, quod Figura ex Triangulis, eſt, *Dimidia* Figuræ ex Parallelogrammis, ſuper eiſdem Baſibus, æque-altis: (Illam ego appello Figuram *Convolutam*; Hanc, *Evolutam*:) Et, Figura ex Pyramidibus, eſt, *Triens* Figuræ ex Parallelepipedis, ſuper eiſdem Baſibus, æque-altis. (Illam ego appello Figuram *Complicatam*; Hanc, *Explicatam*.) Quæ poſſunt mille modis accommodari, Figuris Curvilineis (tum Superficialibus, tum Solidis,) mirum in modum perplexis. Cujus rei nos, hic & alibi, plura dedimus ſpecimina.

Tuus ad officia deditiſſimus

Johannes Wallis.