DISQUISITIO
DE SUPPUTATIONE
MASSARUM CORPORUM COELESTIUM
E
SOLIS IPSORUM DISTANTIIS MEDIIS
TEMPORIBUSQUE PERIODICIS.

AUCTORE
GEORGIO LIB. BAR. DE VEGA
ORDINIS MILIT. MARIÆ THERESIÆ EQUITE,
ET IN C. R. BOMBARDICA COHORTE SUMMO VIGIL. PRÆF.
ACADEM. REG. SCIENTIARUM BEROLINENSIS,
GOETTINGENSIS, PRAGENSIS, etc. SODALI.

EX
EPHEMERID. ASTR. VINDOBON. 1802 SEPARATIM IMPRES.

VIENNÆ,
TYPIS ET SUMPT. JOAN. THOM. NOB. DE TRATTNERN,
CÆS. REG. MAJ. AULÆ TYPOGRAPHI ET BIBLIOPOLÆ.

MDCCCI.

1801

Sit massa solis = M; massa planetae motum suum circa solem peragentis = m; distantia ipsius media in orbite elliptica = a, tempus periodicum = t; acceleratio gravium in superficie telluris = g. Sit gravitatis solaris in distantia a acceleratio = P; in distantia vero B sit acceleratio gravitatis solaris = g tanta, quanta est acceleratio gravium in superficie telluris, videlicet = 15,0915 ped. Paris. Acceleratio gravitatis cujuscunque demum planetae, qua vim attrahentem ad solem accedere nititur, sit in distantia $a = p$ in distantia autem b sit ea = g, tanta pariter, quanta est acceleratio gravium in superficie telluris. Obtinebit tum, vi legis virium attrahentium pro ratione inversa duplicata distantiarum a centro massae communis attrahentis, locum sequens proportio:

Pro Massa M: $P : g = B^2 : a^2$

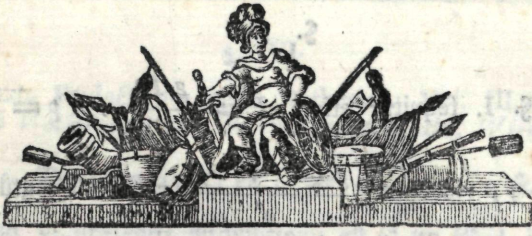
IW = 0300000 98

adeoque multiplicando

§. II.

Pari modo per eandem legem virium attrahentium ratione massarum pariter in distantia a erit $P : p = M : m$.

Quare etiam juxta §. I. erit $M : m = B : b$



§. I.

Sit maſſa ſolis $= M$; maſſa planetæ motum ſuum circa ſolem peragentis $= m$; diſtantia ipſius media in orbita elliptica $= a$; tempus periodicum $= t$; acceleratio gravium in ſuperficie telluris $= g$. Sit gravitatis ſolaris in diſtantia a acceleratio $= P$; in diſtantia vero B ſit acceleratio gravitatis ſolaris $= g$ tanta, quanta eſt acceleratio gravium in ſuperficie telluris, videlicet $= 15{,}0515$ ped. Paris. Acceleratio gravitatis cujuscunque demum planetæ, qua ob vim attrahentem ad ſolem accedere nititur, ſit in diſtantia $a = p$; in diſtentia autem b ſit ea $= g$, tanta pariter, quanta eſt acceleratio gravium in ſuperficie telluris. Obtinebit tum, vi legis virium attrahentium pro ratione inverſa duplicata diſtantiarum a centro maſſæ communis attrahentis, locum ſequens proportio:

Pro Maſſa M $\quad P : g = B^2 : a^2$

— — m $\quad g : p = a^2 : b^2$

adeoque multiplicando $\quad P : p = B^2 : b^2$

§. II.

Pari modo per eandem legem virium attrahentium ratione maſſarum paribus in diſtantiis erit $P : p = M : m$.

§. III.

Quare etiam uxta §. I. erit $M : m = B^2 : b^2$.

§. IV.

§. IV.

E §. I. ſequitur etiam $P = \frac{g B^2}{a^2}$; & $p = \frac{g b^2}{a^2}$.

Et $P + p$, videlicet $\frac{g (B^2 + b^2)}{a^2} = G$ eſt mutuæ ſolis & planetæ attractioni æquipollens acceleratio vis cujusdam centralis in diſtantia media a, qua poſita vi centrali planeta pro unico puncto haberi poteſt, quod in eadem ellipſi, & eodem tempore periodico $= t$ motum ſuum abſolvit.

§. V.

Si jam ponatur illa diſtantia a centro ſolis $= f$, ubi acceleratio æquipollens vis centralis ſupra (§. IV.) denominata eſt $= g =$ accelerationi gravium in ſuperficie telluris; erit tum $g : G = a^2 : f^2$ ob notiſſimam virium attrahentium legem; erit videlicet $g : \frac{g (B^2 + b^2)}{a^2} = a^2 : f^2$; atque adeo $f^2 = B^2 + b^2$.

Et reipſa in diſtantia $\sqrt{(B^2 + b^2)}$ a centro ſolis acceleratio gravitatis ſolaris eſt $= \frac{a^2 P}{B^2 + b^2} = \frac{g B^2}{B^2 + b^2}$ ob §. IV. Et in eadem a centro ſolis diſtantia $\sqrt{(B^2 + b^2)}$ eſt acceleratio gravitatis planetaris verſus ſolem $= \frac{a^2 p}{B^2 + b^2} = \frac{g b^2}{B^2 + b^2}$. Quare Summa utriuſque, ſeu mutuæ attractioni æquipollens acceleratio in eadem diſtantia eſt $= g =$ accelerationi gravium in ſuperficie telluris.

§. VI.

§. VI.

Juxta Prælectiones meas mathemat. Vol. III. §. 227 (*Vega Vorlesungen über die Mathemat.* 3. *Bd. Wien bey J. Thom. v. Trattnern* 1788) est $f^2 = \frac{2\pi^2 a^3}{gt^2}$; & in paragrapho V. præsentis disquisitionis est $f^2 = B^2 + b^2$; quare etiam $B^2 + b^2 = \frac{2\pi^2 a^3}{gt^2}$.

Formula citata $f = \frac{a\pi\sqrt{2a}}{t\sqrt{g}}$, designat in motu elliptico distantiam a foco seu centro virium, tempore periodico, semiaxe majori, acceleratione gravitatis terestris, & ratione diametri ad peripheriam circuli expressam, qua in distantia acceleratio vis centralis in foco concentratæ æqualis foret accelerationi gravium in superficie telluris.

§. VII.

E §. VI. sequitur $B^2 = \frac{2\pi^2 a^3}{gt^2} - b^2$; & ex §. VIII. $B^2 = \frac{Mb^2}{m}$; unde etiam est $\frac{Mb^2}{m} = \frac{2\pi^2 a^3}{gt^2} - b^2$; & demum $M = m\left(\frac{2\pi^2 a^3}{gb^2 t^2} - 1\right)$

Si jam sit a distantia media telluris a sole; & t tempus terræ periodicum circa solem in minutis secundis temporis medii expressum; erit tum b semidiameter telluris, & m ipsius massa; ubi $m = 1$ poni, & pro scala communi servire potest, ad massas reliquorum corporum cœlestium determinandas. Quo posito juxta postremam formulam massa solis investigari potest.

§. VIII.

§. VIII.

Postquam igitur hac ratione massæ solis, & telluris M & m innotuere; massa quoque μ cujusvis planetæ, cujus distantia media α, & tempus revolutionis τ cognita sunt, definiri potest, & quidem hac via.

E §. VI. est $B^2 + b^2 = \frac{2\pi^2 a^3}{g\,t^2}$; & $B^2 + \beta^2 = \frac{2\pi^2 \alpha^3}{g\,\tau^2}$; ubi β denominationem debitam sortiatur oportet, quemadmodum b in §. I. Qua de causa est etiam

$$B^2 + b^2 : B^2 + \beta^2 = \frac{a^3}{t^2} : \frac{\alpha^3}{\tau^2}.$$

§. IX.

Juxta paragraphum III. est $M : m = B^2 : b^2$; & $\mu : M = \beta^2 : B^2$; igitur etiam $\mu : m = \beta^2 : b^2$; quare $B^2 = \frac{M\,b^2}{m}$; & $\beta^2 = \frac{\mu b^2}{m}$.

§. X.

Substitutis jam valoribus hisce pro B^2 & β^2 in proportione §. VIII. erit $M + m : M + \mu = \frac{a^3}{t^2} : \frac{\alpha^3}{\tau^2}$, atque inde

$$\mu = (M + m).\frac{\alpha^3}{a^3}.\frac{t^2}{\tau^2} - M,$$

quæsita formula ad determinandam massam cujusvis reliquorum planetarum primariorum: ubi autem notandum, rationem $\frac{\alpha}{a}$ tanta certitudine cognitam esse oportere, quantam præsefert $\frac{t}{\tau}$

ex

ex obſervationibus ſtabilita: ne per ſupputationem maſſæ ope formulæ præcedentis quidquam abſurdi enaſcatur.

§. XI.

Si maſſa μ planetæ cujuscunque, *e. g.* Martis aliunde cognita foret, ex ea & tempore ejus periodico τ diſtantia ipſius media a ſole α aliquanto certius definiri poſſet, quam per legem *Kepleri*, & multo etiam accuratius, quam ex obſervationibus parallaxeos annuæ. *Sequitur. enim e* §. X.

$$\alpha^3 = \frac{a^3 (M + \mu)}{M + m} \cdot \frac{\tau^2}{t^2}.$$

§. XII.

E §. X. deducitur proportio

$$t^2 (M + m) : \tau^2 (M + \mu) = a^3 : \alpha^3 :$$

quæ legem Kepleri correctiorem exhibet, quæ alias eo ſolum caſu certa eſt, quo m & $\mu = 0$ eſt reſpectu ad maſſam M habito.

§. XIII.

Si M maſſam planetæ primarii, μ maſſam planetæ ſecundarii, α mediam ejus diſtantiam a centro primarii, τ deniqne tempus periodicum ſatellitis circa planetam primarium denotet; ſi præterea ſemidiameter telluris b, ejus maſſa m, quemadmodum & maſſa M planetæ primarij e §. X. & α & τ tanquam cognita ſupponantur; μ quoque invenitur. Nam e §. IX eſt $B^2 = \frac{M b^2}{m}$; & $\beta^2 = \frac{\mu b^2}{m}$; e §. VI. autem eſt

$B^2 + \beta^2 = \frac{2 \pi^2 \alpha^3}{g \tau^2}$; quare etiam eſt $\frac{M b^2}{m} + \frac{\mu b^2}{m} = \frac{2 \pi^2 \alpha^3}{g \tau^2}$.

In-

Inde autem deducitur

$$\mu = \frac{2\pi^2 a^3}{gb^2\tau^2} . m - M,$$

formula determinationi maſſæ planetæ ſecundarii ſervitura.

Cum maſſa lunæ ex hac formula inveſtigatur; eſt $M = m$.

Eadem formula valet quoque ad ſupputandas maſſas primariorum planetarum, ſi M, veluti in §. X. maſſam ſolis deſignet, ubi a & t ſunt eliminata.

§. XIV.

Si M, m maſſas duorum planetarum primariorum denotent, & B, b denominationes, quemadmodum §. I. obtineant; ſi præterea circa M ſecundarius in diſtantia media $= A$, tempore T; & circa m pariter ſatelles in diſtantia media $= a$, tempore t moveatur; ex hypotheſi, quod maſſæ ſatellitum relate ad planetas primarios pro punctis haberi poſſent: foret tum juxta §. 227. ſupra citatum e *Vegæ* prælectionibus mathem. Vol. III. $B^2 = \frac{2\pi^2 A^3}{g\,T^2}$; & $b^2 = \frac{2\pi^2 a^3}{g\,t^2}$; unde etiam $B^2 : b^2 = \frac{A^3}{T^2} : \frac{a^3}{t^2}$. Et ob §. III. denique

$$M : m = \frac{A^3}{T^2} : \frac{a^3}{t^2},$$

formula conſueta ad determinandas maſſas talium planetarum, quibus ſatellites ſunt additi. Inveſtigatio e formula §. X. procul dubio majorem certitudinem ſuppeditabit.

§. XV.

Poſitis in §. VII. $b = 19686078$ ped. pariſ.; parallaxi ſolis media $= 8''75$ in diſtantia media a terra; & anno tropico $t = 365^d\ 5^h\ 48'\ 48'' = 31556928''$: invenitur maſſa ſolis $M = 339680$, maſſa telluris $m = 1$ poſita.

Ea-

Sin autem t non annum tropicum, sed sidereum $= 365^d$ 6^h $9'$ $11'' = 31558151''$ designet; massa solis M eruitur $=339676$, massa telluris pro unitate assumpta.

§ XVI.

Objici hic posse videtur, neque annum tropicum, neque sidereum debitum valorem de t exprimere; cum illud tempus revolutionis in orbita elliptica proprie per t denotetur, quod eo in casu *locum habiturum esset*, ubi massæ solis & telluris in foco ellipseos veluti conjunctæ existerent, & in orbita, pro tellure nonnisi unicum moveri punctum conciperetur. Verum tametsi tempus istud a tempore periodico hactenus per observationes astronomicas definito aliquanto diversum esse supponeretur; illud tamen discrimen adeo exiguum, nulliusque momenti est, ut in calculo massæ solaris notabilem mutationem inducere nequeat: quod ex sequenti consideratione patebit.

Sit T tempus revolutionis terræ circa solem, in hypothesi quod tellus tanquam unicum punctum nulla vi attractionis propria præditum, concipiatur; tribuatur literis B & a ea denominatio, quam §. I. habent: erit tum juxta §. VI.

$B^2 = \dfrac{2\pi^2 a^3}{g\,T^2}$. Et juxta eundem paragraphum VI. ob

$$B^2 + b^2 = \frac{2\pi^2 a^3}{g t^2} \text{ est } \frac{2\pi^2 a^3}{g T^2} + b^2 = \frac{2\pi^2 a^3}{g t^2},$$

si nisus etiam terræ, quo in solem tendit, in considerationem veniat, & t hac in hypothesi tempus periodicum denotet.

Est igitur $t^2 = \dfrac{T^2}{1 + \dfrac{b^2 g T^2}{2\pi^2 a^3}}$; ubi t nonnisi $46''$ a T deficit; si annus tropicus pro T assumatur, positis pro b, g, & a valoribus, quos supra dedimus.

Cum $\frac{b^2 g T^2}{2\pi^2 a^3}$ fractio ſit admodum exilis; e poſtrema æquatione etiam $t^2 = T^2\left(1 - \frac{b^2 g T^2}{2\pi^2 a^3}\right)$; & tandem $t = T\left(1 - \frac{b^2 g T^2}{4\pi^2 a^3}\right)$ derivari poteſt.

§. XVII.

Poſita in §. VII. diametro telluris = 6543210 hexapedis pariſinis, numero facillime memoria retinendo, videlicet $b = 19629630$; $t =$ anno ſidereo $= 31558151''$, & parallaxi ſolis e §. XV. $= 8'' 75$: maſſa ſolis M prodit $= 338625$.

Aſſumptis valoribus pro maſſa telluris $m = 1$; pro maſſa ſolis $M = 338625$; pro anno ſidereo telluris $t = 365{,}25638^d$; & pro diſtantia media telluris a ſole $a = 1$; emergunt e §. X. ope formulæ

$$\mu = (M + m) . \frac{\alpha^3}{a^3} . \frac{t^2}{\tau^2} - M,$$

vel

$$\text{Log}\,(\mu + M) = 10{,}6549157 - (2\text{Log}\,\tau - 3\text{Log}\,\alpha)$$

maſſæ planetarum primariorum, quas ſequens tabella exhibet. Tempora periodica ſiderea, & diſtantiæ mediæ deprompæ ſunt e de *Laplace Expoſition du Syſteme du monde 2de Edition à Paris An. VII.* pag. 115 & 116.

No-

Nom. Planetarum.	Tempus Revolutionis Sidereum τ	distantia med. a	Log $(\mu + M) =$ Log $(\mu + 338625)$	Massæ planetarum. μ
Mercurius	$87,^{d}969255$ $2l\tau = 3,8886618$	$0,3871$ $3la = 0,7634696 - 2$	5,5297235	3,5
Venus	$224,^{d}70082$ $2l\tau = 4,7032092$	$0,723332$ $3la = 0,5780131 - 1$	5,5297196	0,5
Tellus	$365,^{d}25638$	1		1
Mars	$686,^{d}97958$ $2l\tau = 5,6738878$	$1,523693$ $3la = 0,5486928$	5,5297207	1,3
Jupiter	$4332,602$ $2l\tau = 7,2734976$	$5,202778$ $3la = 2,1487062$	5,5301248	316,2
Saturnus	$10759,^{d}077$ $2l\tau = 8,0635500$	$9,538785$ $3la = 2,9384790$	5,5298447	98,1
Urania	30689^{d} $2l\tau = 8,9739654$	$19,183475$ $3la = 3,8487819$	5,5297322	10,3

§. XVIII.

§. XVIII.

Superiores maſſæ planetarum primariorum cum illis, quas D. Laplace citato in opere pag. 193 ex aliis fontibus ſupputatas adducit, non ſatis conſentiunt. Verum ut conſenſus obtineatur, mutatione tantum aliqua, eaque prorſus exigua opus eſſet, ſemidiametro telluris, & diſtantiis mediis planetarum inducenda.

§. XIX.

Si maſſæ planetarum a D. Laplace eodem in libro pag. 193. supputatæ pro veris aſſumantur, quales in ſecunda *columna ſequentis* tabellæ exhibentur, ubi *maſſa ſolis* $M = 1$ ponitur: juxta §. XI. ope formulæ

$$\alpha = \sqrt[3]{\left[\frac{a^3\,(M+\mu)\,\tau^2}{(M+m)\,t^2}\right]}$$

aut

$$\text{Log}\,\alpha = \frac{1}{3}\left[\text{Log.}\,(1+\mu) + \log\tau^2\right] + 0{,}2916011 - 2$$

obtinentur pro diſtantia media planetarum ſequentes valores, qui in tertia columna inferioris tabellæ occurrunt.

No-

Nomina planetarum.	Maſſæ juxt. Laplace.	Diſtant. mediæ Supputatæ.	Diſſenſ. a prioris tab. col. III.
Mercurius	$\frac{1}{2025810}$	0,3870987	− 0,0000012
Venus	$\frac{1}{383137}$	0,7233323	+ 0,0000003
Tellus	$\frac{1}{329630}$	1	0
Mars	$\frac{1}{1846082}$	1,523692	− 0,000001
Jupiter	$\frac{1}{1067,09}$	5,202785	+ 0,000007
Saturnus	$\frac{1}{3359,4}$	9,538810	+ 0,000025
Urania	$\frac{1}{19504}$	19,18361	+ 0,000135

§. XX.

§. XX.

Si diſtantiæ mediæ ſatellitum a centro primariorum eadem unitate exprimantur, qua ſemidiameter telluris $= b$, & acceleratio gravitatis $= g$ expreſſæ ſunt: ex his & e temporibus revolutionum cognitis, ſatellitum maſſæ eorundem ſecundum formulam §. XIII. ſupputari poſſunt. D. Laplace citato in Opere pag. 229. poſita maſſa Jovis $= 1$ pro maſſis ſatellitum ſequentes valores, aliunde deductos proponit, tanquam proxime veros. Maſſa ſat. I. $= 0{,}0000172011$; II. $= 0{,}0000237103$; III. $= 0{,}0000872128$. IV. $= 0{,}0000544681$.

Ad maſſam lunæ, ſatellitis noſtri, e formula §. XIII. ſupputandam, media ejus diſtantia a, ſemidiameter telluris pro ſphæra ſpectatæ b, & acceleratio gravitatis g una eademque unitate exprimenda foret.

AUCTORIS OPERA
HUCUSQUE IN LUCEM EMISSA.

Vega G. Bar. v. Vorlefungen über die Mathemat. fowohl überhaupt zu mehrerer Verbreitung mathem. Kenntniffe in den K. K. Staaten, als auch insbefondere zum Gebrauche des K. K. Artillerie-Corps. I. Band, die allgemeine Rechenkunft enthaltend. Wien 1782 bey J. Th. E. v. Trattnern 8. II. Band, die theoret. Geometrie, die ebne und fphärifche Trigonometrie, die Anfangsgründe der practifchen Geometrie, eine Abhandlung von krummen Linien, und die Differenzial- und Integral-Rechnung enthaltend. Wien 1784 bey J. Th. E. v. Trattnern. 8. III. Band, die Mechanik der feften Körper enthaltend. Wien 1788 bey J. Th. E. v. Trattnern 8. IV. Band, die Grundlehren der Hydroftatik, Aeroftatik, Hydraulik, und der Bewegung fefter Körper in einem widerftehenden fliefsigen Mittel enthaltend; auch unter dem Titel: Anleitung zur Hydrodynamik. Wien 1800 bey J. Th. E. v. Trattnern 8. I. Band, die Rechenkunft und Algebra enthaltend; 2te durch Beyhülfe des Conr. Gernrath neu bearbeitete und erweiterte Auflage. Wien 1793 bey Ch. Fr. Wappler. 8.

—— Beylage zum 3ten Bande der Vorlefungen über die Mathemat. Wien 1790 bey J. Th. E. v. Trattnern 8.

—— Practifche Anweifung zum Bombenwerfen mittelft dazu eingerichteter Hülfstabellen. Wien 1787 bey J. Th. E. v. Trattnern 8.

—— Logarithmifche, Trigonometrifche und andre zum Gebrauch der Mathematik eingerichtete Tafeln und Formeln. Wien 1783 bey J. Th. E. v. Trattnern 8.

—— Manuale logarithmico-trigonometricum mathefeos ftudioforum commodo in minorum Vlacci, Wolfii, aliarumque hujus generis tabularum logarithmico-trigonometricarum mendis paffim quam plurimis fcatentium locum fubftitutum. Lipfiæ 1793 in Libraria Weidmannia. 8. Ejusdem operis Editio 2da aucta & emendata. Lipfiæ 1800 in Libr. Weidmannia.

—— Tabulæ logarithmico-trigonometricæ cum diverfis aliis in mathefeos ufum conftructis Tabulis & formulis. Editio 2da, emendata, aucta, penitufque reformata. Lipfiæ 1797 in Libr Weidmannia. II. Tomi in 4to.

Vega, Thesaurus logarithmorum completus ex Arithmetica logarithmica, & ex trigonometria artificiali Adr. Vlacci collectus, sublatis quamplurimis erroribus in novum ordinem redactus, & auctus etc. Lipsiæ 1794 in Libr. Weidmannia in folio. Die drey letzten Werke auch mit Titel und Anweisung zum Gebrauche in deutscher Sprache.

—— Mathematische Betrachtung über die Umdrehungsbewegung einer festen und schweren Kugel in der Grösse unserer Erde mit Anwendung auf die Berichtigung der gewöhnlichen Pol-Höhen, wie auch Bestimmung der Längen der Meridian-Grade und der Secunden-Pendel in verschiedenen geographischen Breiten. Erfurt bey Beyer 1798 in 8.

—— Versuch über Enthüllung eines Geheimnisses in der bekannten Lehre der allgemeinen Gravitation. Wien 1800 bey J. Th. E. v. Trattnern. 8.

—— Anleitung zur Zeitkunde mit Vergleichung der bey verschiedenen Nationen gewöhnlichen Zeitrechnungen nebst einem immerwährenden Gregorianischen, und einem neufranzösischen Calender. Von H. A. C. v- K. Wien bey Camesina, und Leipzig bey Weidmann 1801 in 8.

—— Disquisitio de supputatione massarum corporum cœlestium e solis ipsorum distantiis mediis temporibusque periodicis. Viennæ 1801, in libraria Trattneriana. 8.

RESTANT EDENDA FORTUNA FAVENTE:

—— Vorlesungen über die Mathemat. I. Band, 3te gänzlich umgearbeitete Auflage; auch unter dem Titel: Anleitung zur Arithmetik. Wien bey J. Th. E. v. Trattnern.

—— Vorlesungen über die Mathematik. II. Band, 2te Auflage, auch unter dem Titel: Anleitung zur theoretischen und practischen Geometrie, zur höheren Geometrie, und zur Infinitesimal-Rechnung. Wien bey J. Th. E. v. Trattnern.

—— Supplementum Manualis logarithmico-trigonometrici, cujus ope Logarithmi cosinus, tangentis, & cotangentis ex Logarithmo sinus; Logarithmi sinus, tangentis, & cotangentis ex logarithmo cosinus; Logarithmi sinus & cosinus ex Logarithmo tangentis aut cotangentis facillime reperiuntur.