Prof. Dr. H. Brenner **Osnabrück SS 2012**

Mathematik für Anwender II

Arbeitsblatt 56

Aufwärmaufgaben

Aufgabe 56.1. Berechne das Integral

$$\int_Q xy \, d\lambda^2$$

über dem Quader $Q = [a, b] \times [c, d]$.

Aufgabe 56.2. Es sei G der Subgraph unterhalb der Standardparabel zwischen 1 und 3. Berechne das Integral

$$\int_G x^2 + xy - y^3 \, d\lambda^2 \, .$$

Aufgabe 56.3. Bestimme den Schwerpunkt des oberen Einheitshalbkreises

$$\left\{ (x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 1, \, y \geq 0 \right\} \, .$$

Aufgabe 56.4.*

Berechne das Integral zur Funktion

$$f(r, s, t) = s^2 t + r \cos t$$

über dem Einheitswürfel $W = [0, 1]^3$.

Aufgabe 56.5. Berechne das Integral $\int_T f d\lambda^3$, wobei $f(x, y, z) = xz$ und T der Einheitszylinder $\{(x, y, z) \mid x^2 + y^2 \leq 1, \, -1 \leq x, y \leq 1, \, 0 \leq z \leq 1\}$ ist.

Aufgabe 56.6. Auf der quadratischen Platte $P = [-1, 1] \times [-1, 1]$ sei eine elektrische Ladung gemäß $f(x, y) = y - x^2$ verteilt. Bestimme den Schwerpunkt der positiven Teilladung und den Schwerpunkt der negativen Teilladung.

Aufgaben zum Abgeben

Aufgabe 56.7. (4 Punkte)

Es sei G der Subgraph der Sinusfunktion zwischen 0 und π. Berechne die Integrale

a) $\int_G x \, d\lambda^2$,

b) $\int_G y \, d\lambda^2$.

Aufgabe 56.8. (5 Punkte)

Berechne das Integral zur Funktion $f(x,y) = x(\sin x)(\cos(xy))$ über dem Rechteck $Q = [0, 3\pi] \times [0,1]$.

Aufgabe 56.9. (4 Punkte)

Berechne mittels Integration den Schwerpunkt eines Dreiecks, das durch die drei Punkte $(0,0)$, $(a,0)$ und (b,c) (mit $a, c > 0$) gegeben sei.

Aufgabe 56.10. (6 Punkte)

Wir betrachten die Abbildung

$$f \colon \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}, \, (u,v) \longmapsto \frac{2uv}{(u^2+1)(v^2+v+1)}.$$

Für welche Quadrate $Q = [a, a+1] \times [b, b+1]$ der Kantenlänge 1 wird das Integral

$$\int_Q f \, d\lambda^2$$

maximal? Welchen Wert besitzt es?

Aufgabe 56.11. (5 Punkte)

Berechne das Integral $\int_{B(P,r)} x^2 - y^3 d\lambda^2$ über der Kreisscheibe $B(P,r)$ in Abhängigkeit von $P = (a,b) \in \mathbb{R}^2$ und $r \in \mathbb{R}_+$.