

$i(0,t) = I_0 \cos(\omega t)$ $i(L,t) = 0$

$\lambda(z,t)$ densité linéique de charge

variation de la charge de $[z, z+dz]$ entre t et $t+dt$

$$dq = -\frac{\partial \lambda}{\partial t} dz dt = i(z,t) dt - i(z+dz, t) dt$$

$$= -\frac{\partial i}{\partial z} dz dt$$

$$\frac{\partial \lambda}{\partial t} + \frac{\partial i}{\partial z} = 0$$

Le segment $[z, z+dz]$ peut être assimilé à un dipôle oscillant.

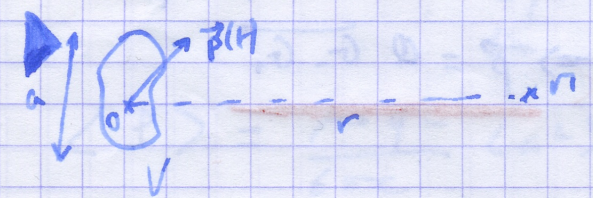
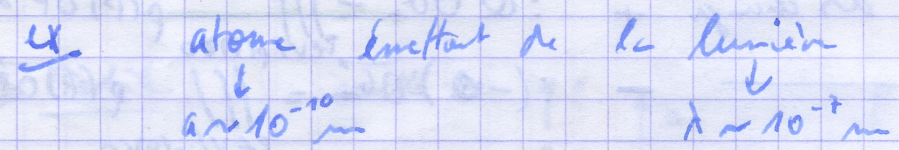
3) Hypothèses

- Les mots de charge constituant le dipôle oscillant sont non relativistes
- $v \ll c$ - v ordre de grandeur de la vitesse

Si on appelle a l'ODG de l'amplitude de mouvement des charges

$v \sim \frac{a}{T} \ll c \Rightarrow a \ll \lambda = cT$

En pratique on remplace a par la taille de la distribution.



La distance entre le dipôle et le point où on calcule le champ $E(r)$ vérifie $r \gg a$.

II) Le champ $E(r)$ créé par un dipôle oscillant

Hyp $\vec{p}(t) = p(t) \vec{u}_z$ - Si $\vec{p}(t)$ quelq, on obtiendra le champ $E(r)$ en superposant les champs créés par p_x, p_y et p_z et linéarité des eqs de Maxwell.

1) Potentiel retardé

$$\vec{A}(r,t) = \iiint_{\tau \in V} \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\vec{j}(P,t - \frac{rP}{c})}{rP} d\tau ; \quad V(r,t) = \iiint_{\tau \in V} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\rho(P,t - \frac{rP}{c})}{rP} d\tau$$

Approximations

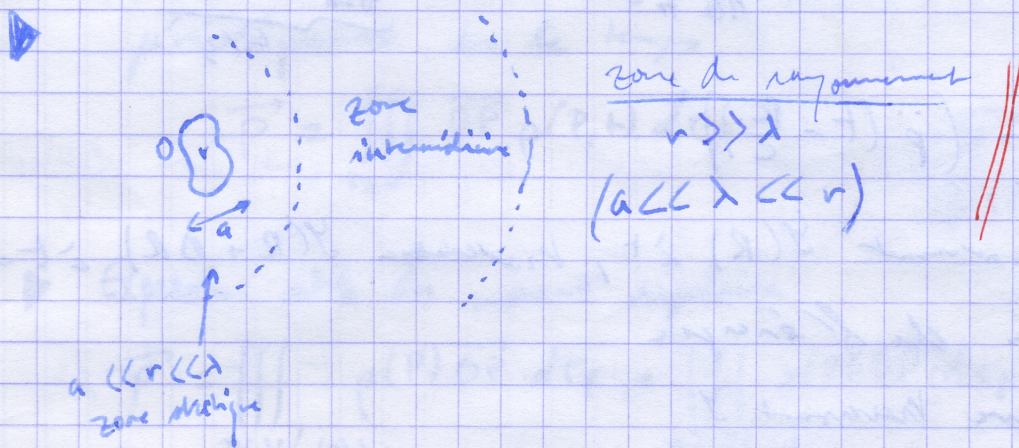
$$\vec{A}(P, t - \frac{r}{c}) \rightarrow \sim t - \frac{r}{c} \quad \text{if } \left| \left(t - \frac{r}{c} \right) - \left(t - \frac{r_0}{c} \right) \right| = \frac{|r - r_0|}{c} \ll \frac{a}{c} \ll T$$

$$r_0 \rightarrow \sim 0 \quad \text{if } |0 - r_0| \ll a \ll r$$

2) Champ EM

$$\begin{cases} \vec{E}(M, t) = -\text{grad } V - \dot{\vec{A}} \\ \vec{B}(M, t) = \text{rot } \vec{A} \end{cases}$$

3) Champ EM de la zone de rayonnement



Ex. - longueur spectrale $\lambda \sim 10^{-7} \text{ m}$ $r = 1 \text{ m}$ ✓
 - fréquence FM (100 MHz) $\lambda \sim 3 \text{ m}$ $r \sim 1 \text{ km}$ ✓

$$\begin{array}{c|c|c|c} \text{odg} & \frac{P(t - r/c)}{r^3} & \frac{\dot{p}(t - r/c)}{r^2 c} & \frac{\ddot{p}(t - r/c)}{r c^2} \\ \hline & \frac{P_0}{r^3} & \frac{\frac{P_0}{r^2}}{r c} = \frac{P_0}{r^3 c} & \frac{\frac{P_0}{r}}{r c^2} = \frac{P_0}{r^2 c^2} \end{array}$$

Commentaires

- * décroissance en $\frac{1}{r}$ → longue portée
- * $\vec{E} \perp \vec{m}_r$, $\vec{B} \perp \vec{m}_r$, $\|\vec{B}\| = \frac{\|\vec{E}\|}{c}$ et $\vec{B} = \frac{1}{c} \vec{m}_r \wedge \vec{E}$
- l'onde a localement l'structure d'onde plane et propageant suivant \vec{m}_r

III) Puissance rayonnée

$$A) \vec{\Pi}(M, t) = \frac{\vec{E}(M, t) \wedge \vec{B}(M, t)}{\mu_0} = \frac{\mu_0 \sin^2 \theta}{16 \pi^2 c} \frac{(\ddot{p}(t - \frac{r}{c}))^2}{r^2} \vec{m}_r$$

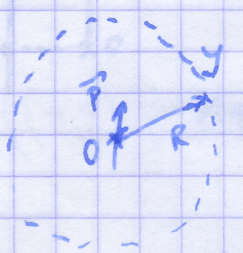
$\vec{\Pi} = 0$ (at $\theta = 0$ and $\theta = \pi$)
 $\vec{\Pi} \perp \vec{m}_r \rightarrow \vec{\Pi}_{\text{max}}$ at $\theta = \pi/2$
 $\sin^2 \theta \Rightarrow$ rayonnement anisotrope

Diagramme de rayonnement

coefficient polaire

$$P = \frac{2}{3} \frac{q^2 a^2}{4\pi \epsilon_0 c^3} \sin^2 \theta$$

2) Puissance rayonnée



puissance instantanée traversant S, sphère de rayon R

$$P(R, t) = \oint_{MEV} \vec{T}(r, t) \cdot d\vec{S}_M$$

$$= \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \frac{\mu_0}{16\pi^2} \frac{q^2 a^2}{c^3} \left(\frac{R d\theta \cdot R \sin \theta d\varphi}{R^2} \right) \left(\frac{q^2}{4\pi R^2} \right)^2$$
$$= \frac{\mu_0}{16\pi^2} \frac{q^2 a^2}{c^3} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \sin^3 \theta d\theta d\varphi$$

$$P(R, t) = \frac{\mu_0}{6\pi c} \left(\ddot{p} \left(t - \frac{R}{c} \right) \right)^2$$

La puissance traversant S(R) à t, traverse aussi S(R + DR) à t + \frac{DR}{c}

→ conservation de l'énergie

puissance moyenne traversant S

$$\langle P(R, t) \rangle = \frac{\mu_0}{6\pi c} \langle \ddot{p}^2 \rangle \quad \text{indep de } R$$

3) Généralisation

► Modèle

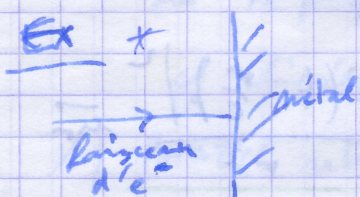
oscill : $q \gg \uparrow z$ $p = qz$ $\dot{p} = qv$ $\ddot{p} = qa$

$$\langle P \rangle = \frac{\mu_0 q^2}{6\pi c} \langle a^2 \rangle$$

► Formule de Larmor : puissance rayonnée par 1 charge q accélérée

en met d'accélération a : $P = \frac{q^2}{4\pi \epsilon_0} \frac{2a^2}{3c^3}$ généralisée

Charge en met accélérée rayonne de l'énergie en



Les e⁻ sont freinés ds le métal

→ rayonnement X (Röntgen)

(en allemand : Bremsstrahlung)

* Modèle de Bohr de H : pb = e⁻ rayonne donc perd de l'énergie et devrait "tomber" sur le noyau.

► Ray⁺ Synchrotron

Émis par 1 faisceau d'e⁻ (ou de positrons) en mouvement

IV] Cas d'1 variation sinusoïdale

$\vec{p} = p_0 \cos(\omega t) \vec{u}_z$

$\ddot{p}(t - \frac{r}{c}) = -\omega^2 p_0 \cos(\omega(t - \frac{r}{c})) = -\omega^2 p_0 \cos(\omega t - kr), k = \frac{\omega}{c}$

$\vec{E} = -\frac{\sin \theta p_0 \omega^2}{4\pi \epsilon_0 r c^2} \cos(\omega t - kr) \vec{u}_\theta$

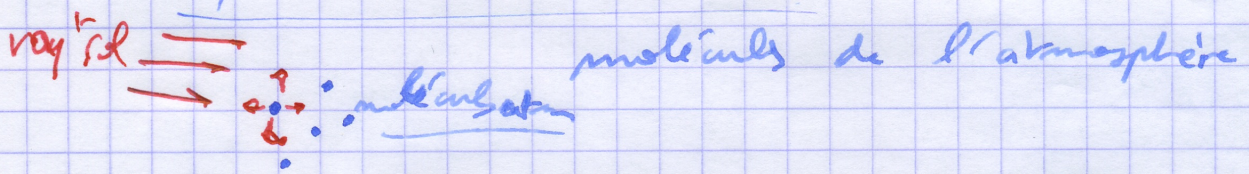
$\vec{B} = -\frac{\mu_0 \sin \theta p_0 \omega^2}{4\pi r c} \cos(\omega t - kr) \vec{u}_\phi$

$\langle \dot{p}^2 \rangle = \frac{1}{2} \omega^4 p_0^2$

$\langle P \rangle = \frac{\mu_0}{12\pi c} p_0^2 \omega^4, \lambda = \frac{2\pi c}{\omega}$

$\Rightarrow \langle P \rangle = \frac{4\pi^3}{3} p_0 c^3 p_0^2 \frac{1}{\lambda^4} \propto \frac{1}{\lambda^4}$

► Explication des bleus du ciel

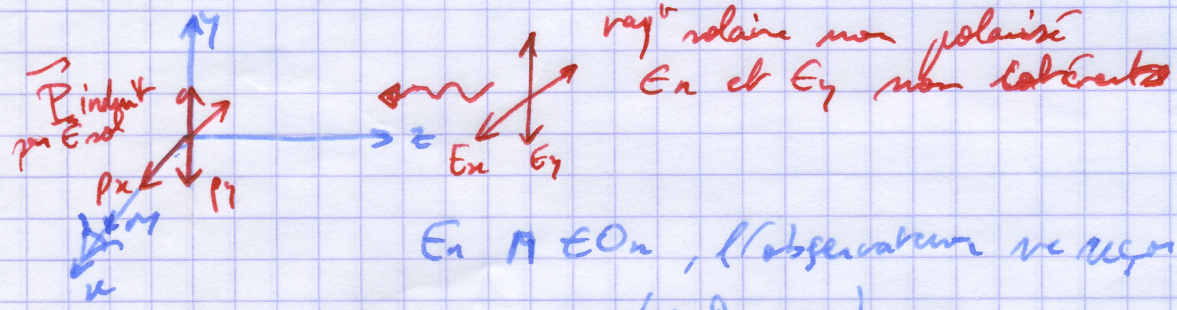


Diffusion Rayleigh : sous l'action du champ E⁺ du soleil chaque molécule de l'atmosphère devient 1 dipôle oscillant (l'e⁻ de la molécule met mis en mouvement) émet 1 onde EM⁺ dans toutes les directions de l'espace - la molécule a une taille << λ -

La puissance diffusée est en $\frac{1}{\lambda^4}$, or $\lambda_{violet} \sim \frac{1}{2} \lambda_{rouge}$

$\frac{\langle P_{violet} \rangle}{\langle P_{rouge} \rangle} \approx 16 \Rightarrow$ couleurs bleues du ciel

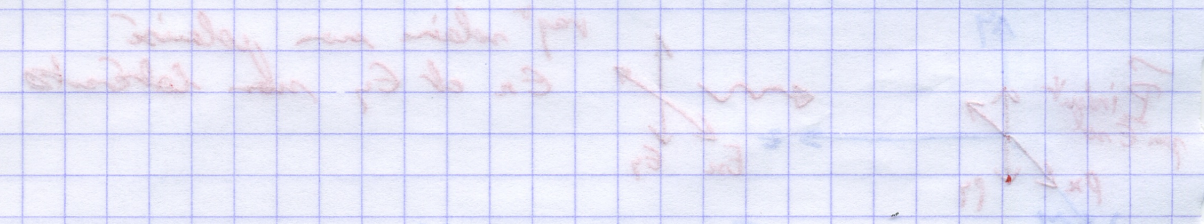
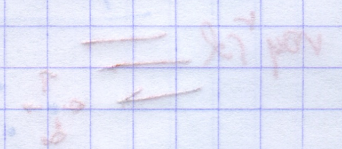
► Polarisation de la lumière diffusée



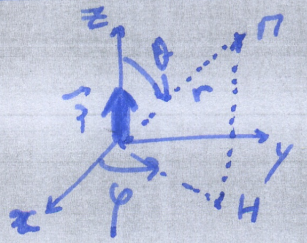
En A ∈ O_n, l'observateur ne reçoit aucun ray⁺ d'éc par p_x (cf θ = 0)

Pour le champ émis par p_y, θ = π/2, comme au pt H (y mpa) et E⁺ selon u_y

Donc l'onde diffusée en $17 \pm 0_x$, et polarisée rectilignement
suivant \vec{u}_y (selon la direction \vec{u}_z)



Coordonnées sphériques



Dipôle électrique oscillant

Potentiels retardés :

$$\vec{A}(M, t) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\dot{p}\left(t - \frac{r}{c}\right)}{r} \vec{u}_z \quad \text{et} \quad V(M, t) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cos\theta \left(\frac{p\left(t - \frac{r}{c}\right)}{r^2} + \frac{\dot{p}\left(t - \frac{r}{c}\right)}{rc} \right)$$

Champ électromagnétique :

$$\vec{E}(M, t) = \frac{2\cos\theta}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{p\left(t - \frac{r}{c}\right)}{r^3} + \frac{\dot{p}\left(t - \frac{r}{c}\right)}{r^2 c} \right) \vec{u}_r + \frac{\sin\theta}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{p\left(t - \frac{r}{c}\right)}{r^3} + \frac{\dot{p}\left(t - \frac{r}{c}\right)}{r^2 c} + \frac{\ddot{p}\left(t - \frac{r}{c}\right)}{rc^2} \right) \vec{u}_\theta$$

$$\vec{B}(M, t) = \frac{\mu_0 \sin\theta}{4\pi} \left(\frac{\dot{p}\left(t - \frac{r}{c}\right)}{r^2} + \frac{\ddot{p}\left(t - \frac{r}{c}\right)}{rc} \right) \vec{u}_\phi$$

NB $(M, \vec{u}_r, \vec{u}_\theta)$ plan de symétrie $\Rightarrow E_y = 0$ et $B_r = B_\phi = 0$

$(H, \vec{u}_x, \vec{u}_y) = (H, \vec{u}_r, \vec{u}_\theta)$ plan d'antisymétrie \Rightarrow en H , $E_r = E_\theta = 0$ et $B_\phi = 0$
en H , $\theta = \pi/2$

Champ électromagnétique dans la zone de rayonnement :

$$\vec{E}(M, t) = \frac{\sin\theta}{4\pi\epsilon_0} \frac{\ddot{p}\left(t - \frac{r}{c}\right)}{rc^2} \vec{u}_\theta \quad \text{et} \quad \vec{B}(M, t) = \frac{\mu_0 \sin\theta}{4\pi} \frac{\ddot{p}\left(t - \frac{r}{c}\right)}{rc} \vec{u}_\phi$$

Puissance rayonnée :

$$\vec{\Pi}(M, t) = \frac{\mu_0}{16\pi^2} \frac{\sin^2\theta}{cr^2} \left[\ddot{p}\left(t - \frac{r}{c}\right) \right]^2 \vec{u}_r$$
$$\mathcal{P} = \frac{\mu_0}{6\pi c} \left[\ddot{p}\left(t - \frac{r}{c}\right) \right]^2 = \frac{1}{6\pi\epsilon_0 c^3} \left[\ddot{p}\left(t - \frac{r}{c}\right) \right]^2$$